Travaux pratiques

Traitement du signal

⋆

Représentation spectrale, filtrage & échantillonnage

MESURES PHYSIQUES

Didier CHAMBERT (auteur), Olivier BACHELIER (mise en forme)
Courriel : Olivier.Bachelier@univ-poitiers.fr
Tel : 05-49-45-36-79 ; Fax : 05-49-45-40-34

Les commentaires constructifs et les rapports d'erreurs sont les bienvenus !

Résumé

Ce petit document d'énoncés de travaux pratiques s'inscrit dans le cadre de l'initiation au traitement du signal en deuxième année de l'**IUT de Poitiers-Châtellerault-Niort** et s'adresse principalement aux étudiants du département de **Mesures Physiques**, situé sur le site de Châtellerault. Il accompagne les notes de cours intitulées *Un premier pas en traitement du signal*.
L'IUT de Poitiers-Châtellerault-Niort est un UFR de l'**Université de Poitiers**.
Ce document est, sur le fond, le travail de Didier Chambert, Olivier Bachelier n'en faisant qu'une remise en forme sous LaTeX visant la cohérence des notations avec le cours.
Il se focalise principalement sur la repésentation spectrale des signaux (essentiellement périodiques *via* le développement en série Fourier) ainsi que sur l'échantillonnage et son influence en termes de spectre.

Connaissances préalables souhaitées

Quelques bases de calcul intégral peuvent être utiles. Des connaissances sur les fonctions de transfert en ω, les diagrammes de Bode, les séries de Fourier sont nécessaires.

Déroulement des séances

Le module de traitement du signal comprend trois séances de TP au cours desquelles les notions vues en cours et en TD sont illustrées et approfondies. Un compte-rendu doit être fourni à l'issue des trois séances. Il doit comporter :

– des commentaires et des résultats clairement rédigés (phrases précises et complètes) ;
– un rappel clair des objectifs généraux de la manipulation ;
– une critique quant à la cohérence des résultats par rapport à la théorie ;
– les informations nécessaires à la repoduction et à l'analyse des expériences menées (valeurs des composants, schémas d'étude ou de montage, mesures effectuées, courbes obtenues accompagnées de titres et légendes, etc.) ;
– une conclusion sur l'ensemble des TP et, éventuellement, sur chaque partie.

Table des matières

TP n° 1

Représentation fréquentielle des signaux analogiques

Objectifs

– Étude de la décomposition en série de Fourier de signaux temporels élémentaires.
– Reconstruction d'un signal à partir des coefficients de la série de Fourier.

Sommaire

1.1 Préparation théorique : développement en série de Fourier

Avant de commencer les manipulations, répondre aux questions suivantes.

1. À partir du cours, rappeler la décomposition de Fourier d'un signal périodique de période T_p.
2. Rappeler l'expression des coefficients a_n et b_n.
3. Que représente le coefficient a_0 ?
4. Calculer et dessiner le développement en série de Fourier des signaux suivants :
   – signal $s(t)$ sinusoïdal d'amplitude S de fréquence f_p
   (réponse : $a_n = 0$, $\forall n \geq 0$, $b_0 = 0$, $b_1 = S$, et $b_n = 0$, $\forall n > 1$) ;
   – signal $c(t)$ carré impair d'amplitude A et de fréquence f_p
   (réponse : $a_n = 0$, $\forall n \geq 0$, $b_0 = 0$, $b_n = -\frac{4A}{n\pi}$ $\forall n$ impair, et $b_n = 0$ $\forall n > 0$ pair) ;
   – signal $d(t)$ impair en dents de scie d'amplitude A et de fréquence f_p
   (réponse : $a_n = 0$, $\forall n \geq 0$, et $b_n = -\frac{2A}{n\pi}$, $\forall n \geq 0$).

1.2 Analyse spectrale des signaux usuels

Dans cette partie les signaux seront observés simultanément à l'oscilloscope et à l'analyseur de spectre.

1.2.1 Signal sinusoïdal

Le signal $s(t)$ a pour caractéristiques $S = 3$V et $f_p = 10$kHz.

1. Observer simultanément $s(t)$ à l'oscilloscope et à l'analyseur de spectre.
2. Tracer les représentations temporelle et fréquentielle du signal.
3. Comparer les résultats obtenus aux résultats théoriques.
4. Ajouter une composante continue à $s(t)$. Quelles modifications sont observées sur le spectre ?

Remarque 1.1 *Attention, l'analyseur de spectre est fantaisiste et ≪ double ≫ la hauteur de la raie correspondant à $f = 0$. Ne pas tenir compte de ce facteur 2.*

1.2.2 Signal carré

Le signal $c(t)$ a pour caractéristiques $A = 3$V et et $f_p = 10$kHz.

1. Observer simultanément $c(t)$ à l'oscilloscope et à l'analyseur de spectre.
2. Tracer les représentations temporelle et fréquentielle du signal.
3. Comparer les résultats obtenus aux résultats théoriques.
4. Ajouter une composante continue à $s(t)$. Quelles modifications sont observées sur le spectre ?
5. Modifier le rapport cyclique de $c(t)$. Quelles modifications sont observées sur le spectre ?
6. Modifier la fréquence de $c(t)$. Quelles modifications sont observées sur le spectre ?

1.2.3 Signal en dents de scie

Le signal $d(t)$ a pour caractéristiques $A = 3$V et et $f_p = 10$kHz.

1. Observer simultanément $d(t)$ à l'oscilloscope et à l'analyseur de spectre.
2. Tracer les représentations temporelle et fréquentielle du signal.
3. Comparer les résultats obtenus aux résultats théoriques.
4. Modifier $d(t)$ de sorte qu'il devienne triangulaire. Quelles différences sont observées sur le spectre ?
5. Expliquer les observations par la théorie.
   (à titre d'aide, les coefficients de la série de Fourier du signal triangulaire sont : $a_n = 0$, $\forall n \geq 0$, $b_n = \frac{8A}{n^2\pi^2}$, $\forall n$ impair, $b_n = 0$, $\forall n$ pair).

1.3 Analyse spectrale des signaux usuels

Dans cette partie, le travail se fait sur ordinateur. Le logiciel *Fourier* est utilisé pour reconstruire *à l'écran* les signaux analysés précédemment.

1. Reconstruire les différents signaux vus dans la partie 1.2 à l'aide du logiciel Fourier (la reconstruction se fera progressivement en ajoutant successivement les harmoniques jusqu'à l'ordre 11).
2. Commenter la forme des signaux visualisés.
3. Modifier de façon aléatoire les signes des coefficients a_n et b_n. Que peut-on constater ?
4. Conclure.

TP n° 2

Filtrage analogique

Objectif

Dans ce TP, il s'agit de mettre en œuvre des filtres de façon à isoler certaines composantes (*raies*) spectrales d'un signal élémentaire quelconque.

Sommaire

2.1 Filtre passe-bas de premier ordre

On souhaite réaliser un filtre grâce à une cellule RC.

1. Représenter le spectre d'un filtre passe-bas *idéal* de fréquence de coupure f_c et de gain A
2. Dessiner le schéma de principe du filtre RC passe-bas.
3. Quelle est sa fonction de transfert en ω ? en f ? De quel ordre est-elle ?
4. Tracer son diagramme asymptotique de Bode.

2.1.1 Filtrage d'un signal carré

Le signal d'entrée $e(t)$ du filtre est un signal carré de fréquence $f_p = 1$kHz et de tension crête à crête 2V.

1. Que faut-il éliminer du spectre de $e(t)$ pour obtenir une sinusoïde parfaite ?
2. Déterminer des valeurs (réalistes) de R et C pour obtenir $f_c \simeq 1$kHz.
3. Tracer le diagramme asymptotique de Bode du filtre correspondant.
4. Filtrer le signal $e(t)$ et observer l'évolution temporelle du signal de sortie $s(t)$ obtenu (relever les courbes).
5. Relever les représentations spectrales de $e(t)$ et de $s(t)$ puis compléter le tableau 2.1.
6. Le résultat obtenu est-il attendu (a-t-on une sinusoïde parfaite) ?
7. Expliquer les résultats obtenus dans le tableau 2.1 en se basant sur l'amplification du filtre aux différentes fréquences considérées.
8. Comment faire pour améliorer le filtrage (réponse brève et uniquement sur papier) ?

Fréquence	f_c	$3f_c$	$5f_c$	$7f_c$	$9f_c$
Amplitudes des raies de $e(t)$ Amplitudes des raies de $s(t)$					

Tab 2.1 – Tableau à remplir à l'aide de l'analyseur de spectre

2.1.2 Filtrage d'un signal triangulaire

Faire la même analyse avec un signal triangulaire $z(t)$ de fréquence $f_p = 1$kHz et de tension crête à crête 2V.

2.2 Filtre à capacités commutées

L'idée de cette partie est d'utiliser un filtre à capacités commutées pour améliorer le filtrage considéré dans la partie précédente. Le composant utilisé est le **MF10**.

1. À l'aide de la documentation technique, donner les types de filtre que permet de réaliser ce circuit.
2. En *mode 1*, pour $R_1 = R_2 = R_3 = 10\text{k}\Omega$ et $f_{clk} = 100$kHz, tracer le diagramme de Bode du filtre de façon expérimentale.
3. Est-ce conforme à la théorie ?
4. Remplir de nouveau la tableau 2.1.

2.2.1 Filtrage passe-bas : extraction du fondamental

On veut maintenant filtrer un signal carré pour récupérer uniquement sa fondamentale. On utilise toujours le composant **MF10** en mode 1 avec les mêmes valeurs à l'exception de $R_2 = 1\text{k}\Omega$.

1. Quel est l'intérêt de réduire R_2 (cf. documentation du **MF10**) ?
2. Retracer expérimentalement le diagramme de Bode du filtre et déduire sa bande passante.
3. Placer le signal carré $e(t)$ précédemment considéré en entrée du filtre et observer la sortie sur l'oscilloscope et sur l'analyseur de spectre. Conclure.
4. Relever l'amplitude de la principale raie en sortie du filtre justifier sa valeur.

2.2.2 Filtrage passe-bande : récupération d'une harmonique

1. Que doit-on modifier pour récupérer uniquement l'harmonique de rang 3 de $e(t)$?
2. Faire la modification et visualiser l'harmonique.
3. Recommencer l'opération pour les harmoniques de rang 5 et 7.
4. Conclure.

TP n° 3

Échantillonnage

Objectifs

– Étudier l'influence de l'échantillonnage sur la représentation spectrale.
– Constater le repliement de spectre et comprendre le sens et l'utilité du théorème de Shannon.
– Appliquer un filtre anti-repliement.

Sommaire

Préambule

Dans le cours, il a été vu que l'échantillonnage était une opération extrêmement utile qui consiste à transformer des signaux continus en des signaux discrets. L'intérêt d'une telle opération est de pouvoir faire manipuler des signaux par des ordinateurs ou des composants programmables, qui ne peuvent gérer que des signaux discrets.
En pratique, le signal est souvent une tension et la discrétisation se fait en prélevant des échantillons de façon régulièrement espacées dans le temps (voir cours), c'est-à-dire en respectant une période d'échantillonnage T_e.
Le composant réalisant cet échantillonnage est le **CAN** (convertisseur analogique numérique). Ce dernier ne se contente pas de prélever la mesure du signal régulièrement ; il assure aussi une phase de quantification de façon à exprimer la mesure en code binaire (le signal obtenu n'est pas simplement discret mais numérique). Or cette conversion en code binaire nécessite que le signal « prélevé » soit figé pendant le temps T_c nécessaire à la conversion.
Le **CAN** doit donc assurer le blocage de la valeur du signal sur toute la préiode T_e.

Dans le cours, l'échantillonnage a été étudié dans ses aspects formels (mathématiques) et de façon idéalisée (on y parlait d'impulsions unitaires discrètes et d'impulsions de Dirac). Ici, l'échantillonnage sera réalisé par un dispositif physique tangible qui fera donc un échantillonnge tout ce qu'il y a de plus réel (donc non idéalisé).
Un tel échantilloneur est schématiquement représenté sur la figure 3.1.

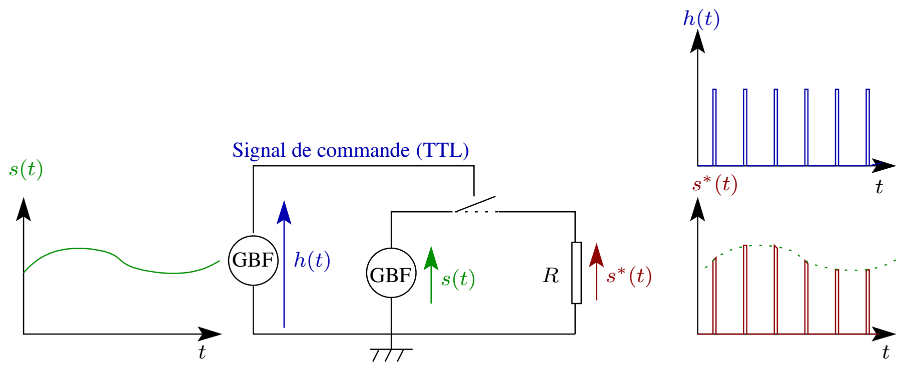

FIGURE 3.1 – Schéma fonctionnel de l'échantillonneur

Sur la figure, on voit que le signal échantillonné est noté $s^*(t)$ même si l'échantilonnage n'est pas idéal. En fait, le principe de cet échantillonnage est de commander un commutateur (interrupteur électronique) à l'aide d'un train d'impulsions. Ce train d'impulsions est obtenu en utilisant le signal TTL du générateur basse fréquence (GBF) et en réduisant autant que possible le rapport cyclique du signal TTL $h(t)$ pour limiter la largeur des impulsions On note ce signal $h(t)$ car il est interprétable comme un signal d'horloge. La fréquence de $h(t)$ est la fréquence d'échantillonnage. Il en résulte que le signal $s^*(t)$ est le produit du signal analogique $s(t)$ et du signal TTL $h(t)$ dont l'amplitude aurait été normalisée à 1V.

Bien que l'échantillonnage ne soit pas idéal, les constatations seront proches de celles que l'on pourrait faire si un échantillonnage pouvait vraiment être opéré de façon parfaite.

En remplaçant la résistance R par un condensateur, on obtient un échantillonneur bloqueur d'ordre zéro (cf. cours). C'est ce que montre la figure 3.2.

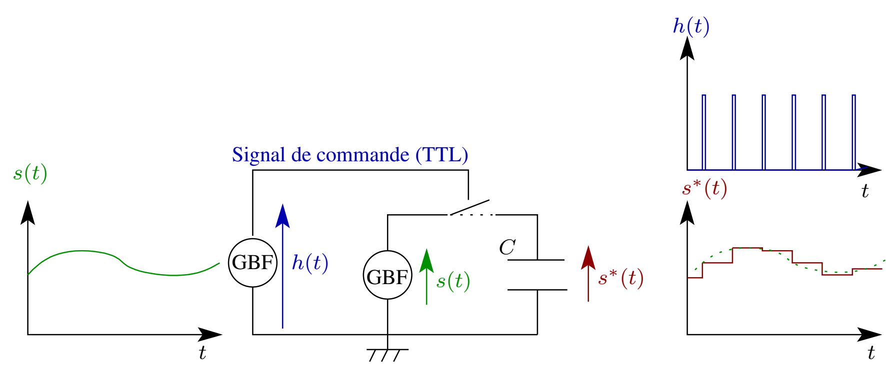

FIGURE 3.2 – Schéma fonctionnel du bloqueur

Le condensateur a un effet de « mémoire » (il se décharge très lentement) et produit ce qui ressemble à des marches d'escalier. La décharge est tellement lente qu'à l'échelle de T_e, la valeur entre deux instants d'échantillonnage est supposée constante (la décroissance exponentielle de la décharge ne se voit pas).

3.1 Échantillonnage d'un signal sinusoïdal

Dans cette partie, le signal à échantillonner est un signal sinusoïdal de fréquence $f_p = 1$kHz et de tension crête à crête $2V$. Ce signal est noté $s(t)$.

3.1.1 Étude du signal analogique

1. Relever le spectre d'amplitude du signal $s(t)$.
2. Justifier le résultat.

3.1.2 Étude du signal d'horloge

Le signal d'horloge $h(t)$ est de fréquence $f_e = 10$kHz.

1. Observer le signal à l'oscilloscope.
2. Relever le spectre d'amplitude du signal $h(t)$.
3. Justifier brièvement son allure.

3.1.3 Échantillonnage du signal

L'échantillonneur est à disposition. Il doit être alimenté en ± 12V. La fréquence d'échantillonnage est choisie à $f_e = 10$kHz.

1. Câbler l'échantillonneur sur la plaque de plexiglas de sorte qu'il reçoive $s(t)$ en entrée.
2. Relever l'allure de la sortie $s^*(t)$. Expliquer.
3. Relever l'allure du spectre d'amplitude de $s^*(t)$.
4. Quelles sont les modifications observées par rapport au spectre de $s(t)$.
5. Justifier les observations.

3.1.4 Influence de la période d'échantillonnage

L'idée de ce paragraphe est de montrer que le choix de la période d'échantillonnage doit respecter une règle, à savoir le théorème de Shannon.

1. Diminuer la fréquence d'échantillonnage f_e en observant le signal $s^*(t)$. Commenter.
2. Revenir à $f_e = 10$kHz puis rediminuer de nouveau f_e mais en observant le spectre de $s^*(t)$. Commenter.
3. À quel moment observe-t-on un repliement de spectre ? Donner la valeur limite de f_e.
4. Relever le spectre lorsque le phénomène est manifeste.
5. Expliquer les résultats obtenus.

3.2 Échantillonnage d'un signal carré

Le signal à échantillonner est un signal carré $c(t)$ de tension crête à crête 3V et de fréquence $f_p = 1$kHz.

1. Reproduire les opérations de la partie précédente pour $c(t)$.

3.3 Échantillonnage d'un signal triangulaire

Le signal à échantillonner est un signal triangulaire $z(t)$ de tension crête à crête 3V et de fréquence $f_p = 1$kHz.

1. Reproduire les opérations de la partie précédente pour $z(t)$.

3.4 Échantillonnage-blocage d'un signal

1. Reproduire rapidement les opérations de la partie précédente pour $s(t)$ et $z(t)$ mais avec un échantillonneur-bloqueur et commenter brièvement.

3.5 Restitution d'un signal

On veut restituer un signal triangulaire $r(t)$ de fréquence $f_p = 200$Hz et de valeur crête à crête $V_{pp} = 3$V à l'aide d'un filtre RC. La fréquence d'échantillonnage est $f_e = 5$kHz.

1. La fréquence f_e est-elle bien choisie ?
2. Quelle doit être la fréquence de coupure du filtre RC ?
3. Effectuer le montage et vérifier sur l'analyseur de spectre que l'opération est bien réalisée.
4. Quelle est la forme du signal en sortie ?
5. Conclure (notamment sur les limites du filtre RC).

3.6 Échantillonnage et filtre anti-repliement

(Uniquement si le TP est bien avancé !)

On souhaite échantillonner un signal $d(t)$ en dents de scie de tension crête à crête 2V et de fréquence $f_p = 1$kHz. Pour cela, on utilise l'échantillonneur-bloqueur et le signal $h(t)$ est un signal carré de rapport cyclique 10%.

1. Comment doit-on choisir f_e pour respecter le théorème de Shannon ?
2. Y a-t-il repliement de spectre ?
3. On impose une fréquence $f_e = 10$kHz. Pourquoi doit-on d'abord filtrer le signal pour éliminer les raies à plus de 5kHz avant d'échantillonner ?
4. Quelle peut-être la fonction de transfert du filtre qui réalise cette opération ?
5. En donner le diagramme asymptotique de Bode.
6. Calculer la valeur du produit RC (constante de temps) correspondant à cette fréquence de cassure $f_c =$ 5kHz.
7. Échantillonner le signal en sortie du filtre et visualiser le spectre.
8. Conclure.
9. Dans quel autre cas un tel filtre peut-il être utile (cf. cours) ?

3.7 Filtre de lissage

(Pour ceux qui en redemandent et en totale autonomie.)

On considère un signal sinusoïdal de fréquence $f_p = 1$kHz et de tension crête à crête 3V. L'échantillonnage-blocage se fait à l'aide d'un signal carré de rapport cyclique 10% et de fréquence $f_e = 10$kHz. Un amplificateur inverseur de gain (-2) est utilisé en sortie d'échantillonnage-blocage.

1. Réaliser le montage
2. Relever les représentations temporelles et fréquentielles du signal avant échantillonnage, après échantillonnage, et après traitement.
3. À partir de l'analyse des spectres précédents, déterminer une fréquence de cassure pour le filtre chargé de lisser le signal obtenu.
4. Quelle peut-être la fonction de transfert du filtre qui réalise cette opération ?
5. Déterminer la constante de temps RC correspondante.
6. Réaliser le filtre et vérifier que le lissage s'effectue en sortie du filtre.
7. Appliquer ce même traitement (AOP) et ce même filtre à un signal triangulaire de même fréquence $f_p =$ 1kHz et de tension crête à crête 3V.
8. Le filtre fonctionne-t-il correctement ? Pourquoi ?
9. Quelle solution peut-on apporter ?