2ème année d'IUT de Mesures Physiques

Travaux dirigés

Traitement du signal

⋆

Signaux, représentation spectrale & échantillonnage

Olivier BACHELIER
Courriel : Olivier.Bachelier@univ-poitiers.fr
Tel : 05-49-45-36-79 ; Fax : 05-49-45-40-34

Les commentaires constructifs et les rapports d'erreurs sont les bienvenus !

Résumé

Ce petit document d'énoncés de travaux dirigés s'inscrit dans le cadre de l'initiation au traitement du signal en deuxième année de l'**IUT de Poitiers-Châtellerault-Niort** et s'adresse principalement aux étudiants du département de **Mesures Physiques**, situé sur le site de Châtellerault. Il accompagne les notes de cours intitulées *Un premier pas en traitement du signal*.
L'IUT de Poitiers-Châtellerault-Niort est un UFR de l'**Université de Poitiers**.
Il se focalise principalement sur la nature des signaux, les notions d'énergie et de puissance, de repésentation spectrale des signaux ainsi que sur l'échantillonnage et son influence en termes de spectre.

Connaissances préalables souhaitées

Les étudiants doivent s'appuyer sur le contenu des notes de cours correspondant à ce module.

Déroulement des séances

Le module de traitement du signal comprend six séances de TD au cours desquelles les notions vues en cours sont illustrées.
Cinq énoncés sont proposés pour les six séances (*a priori* un énoncé par séance plus une séance de révision et de réponses aux questions des étudiants, avant l'examen).

Table des matières

1 Signaux, puissances et énergies **1**
1.1 Caractère morphologique des signaux . . . 1
1.2 Périodicité des signaux . . . 2
1.3 Moyenne, énergie, puissance . . . 3
1.3.1 Moyenne . . . 3
1.3.1.1 Signal sinusoïdal . . . 3
1.3.1.2 Signal carré . . . 3
1.3.1.3 Signal apériodique . . . 3
1.3.2 Énergie . . . 3
1.3.3 Puissance . . . 4

2 Développement en série de Fourier **5**
2.1 Pour commmencer très simplement . . . 5
2.2 À peine un peu plus dur ! . . . 6
2.3 Préparation du premier TP . . . 6
2.4 Maintenant, un signal pair ! . . . 7

3 Transformation de Fourier **9**
3.1 La propriété essentielle . . . 9
3.2 Le sirop « Sport Fraise », c'est pour les balèzes ! . . . 9
3.3 TdF et SdF . . . 10

4 Filtrage analogique **11**
4.1 Convolution et filtrage . . . 11
4.2 Gabarits des filtres . . . 12
4.3 Exemple de filtrage . . . 12

5 Échantillonnage **13**
5.1 Quelques notions de base . . . 13
5.2 Échantillonnage d'un signal sinusoïdal . . . 13
5.3 Théorème de Shannon et filtre anti-repliement . . . 14
5.4 Échantillonnage d'un signal audio . . . 15

TD n° 1

Signaux, puissances et énergies

Objectifs

- Comprendre le caractère morphologique des signaux (continus, discrets, quantifiés, non quantifiés).
- Comprendre la notion de périodicité d'un signal.
- Savoir calculer la moyenne, l'énergie et la puissance d'un signal.

Durée : 1h30

Sommaire

1.1 Caractère morphologique des signaux 1
1.2 Périodicité des signaux 2
1.3 Moyenne, énergie, puissance 3
1.3.1 Moyenne 3
1.3.2 Énergie 3
1.3.3 Puissance 4

1.1 Caractère morphologique des signaux

Soient les six signaux $s_1(t)$ à $s_6(t)$ représentés sur la figure 1.1 (les pointillés sur certains chronogrammes indiquent les seuls niveaux admissibles pour le signal).

1. Quels sont les signaux continus ?
2. Quels sont les signaux discrets ?
3. Quels sont les signaux quantifiés ?
4. Quels sont les signaux analogiques ?
5. Quels sont les signaux numériques ?
6. Parmi ces signaux, un seul est issu de l'échantillonnage d'un signal continu avec une période d'échantillonnage T_e fixe. Lequel ?
7. Dessiner un « chronogramme » irréaliste ne représentant pas un signal.
8. Pourquoi le modèle d'un signal discret peut-il ne plus faire référence au temps ?

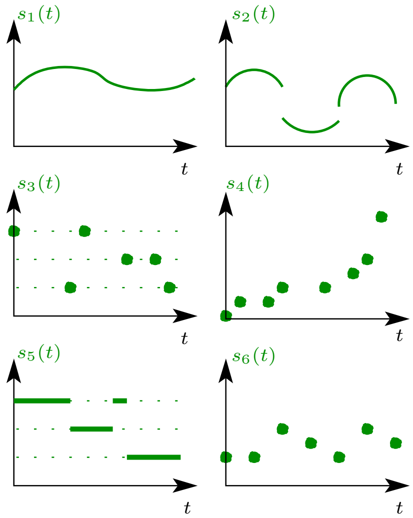

FIGURE 1.1 – Signaux de caractères moprhologiques divers

1.2 Périodicité des signaux

Soient les six signaux $s_1(t)$ à $s_6(t)$ représentés sur la figure 1.2. On suppose que l'horizon de temps choisi en indique assez sur l'allure du signal.

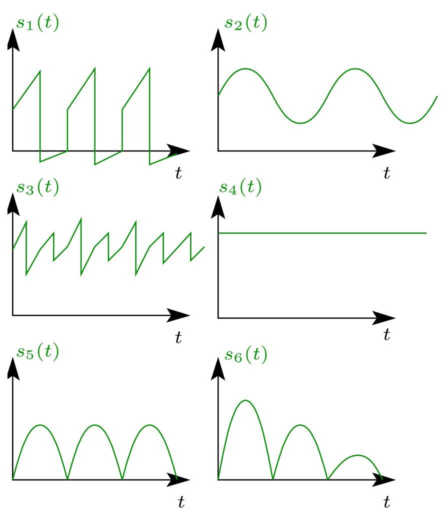

FIGURE 1.2 – Périodiques ou pas ?

1. Quels sont les signaux périodiques ?
2. En est-il qui ne soient pas périodiques mais qui présentent une pseudo-période ?

1.3 Moyenne, énergie, puissance

1.3.1 Moyenne

1.3.1.1 Signal sinusoïdal

Soit un signal $s(t)$ répondant au modèle mathématique suivant :

$$s(t) = S\sin(\omega_p t).$$

1. Le signal $s(t)$ est-il périodique ? Si oui, quelle est sa période T_p ?
2. Que représente ω_p et quelle relation vérifie cette quantité avec la fréquence f_p de $s(t)$?
3. Calculer la moyenne du signal sur tout l'horizon de temps.
4. Calculer la moyenne sur l'intervalle $[0; \pi]$. L'exprimer en fonction de T_p.
5. On suppose que $\omega_p = 2$rad/s. Que vaut alors T_p ?
6. Que devient cette moyenne sur $[0; \pi]$? (Répondre de deux façons.)
7. On ajoute une composante continue S_0 à $s(t)$. Actualiser l'expression de $s(t)$.
8. Que devient sa valeur moyenne ?
9. Que devient sa moyenne sur $[0; \pi]$ pour une valeur quelconque de ω_p ?

1.3.1.2 Signal carré

Soit un signal $c(t)$ carré *impair* d'amplitude A et de fréquence f_p.

1. Dessiner le signal $c(t)$.
2. Quel est son rapport cyclique ? Pourquoi ne peut-il en être autrement ?
3. Calculer la moyenne de $c(t)$ sur tout l'horizon de temps. Est-ce une surprise ?
4. Calculer la moyenne sur l'intervalle $[0; \frac{T_p}{2}]$ en appliquant la formule rigoureuse. Est-ce une surprise ?
5. On ajoute une composante continue A_0 à $c(t)$. Que devient sa valeur moyenne ?
6. Que devient sa moyenne sur $[0; \frac{T_p}{2}]$?

1.3.1.3 Signal apériodique

Soit le signal $x(t)$ apériodique décrit par

$$\begin{cases} x(t) = x_0 e^{-t} & \forall t \geq 0, \\ x(t) = 0 & \forall t < 0. \end{cases}$$

1. Dessiner le signal $x(t)$.
2. Calculer la moyenne de $x(t)$ sur tout l'horizon de temps. Commenter.
3. Calculer la moyenne de $x(t)$ sur l'intervalle $[0; 1]$.

1.3.2 Énergie

Soit le signal apériodique $g(t)$ défini par

$$\begin{cases} g(t) = s(t) & \forall t \in [-\frac{T_p}{2}; \frac{T_p}{2}], \\ g(t) = 0 & \forall t \notin [-\frac{T_p}{2}; \frac{T_p}{2}]. \end{cases}$$

1. Calculer l'énergie de $s(t)$ sur tout l'horizon de temps. Est-ce normal ?

2. Calculer l'énergie de $s(t)$ sur l'intervalle $[-\frac{T_p}{2}; \frac{T_p}{2}]$. Commenter.
3. Dessiner $g(t)$.
4. Calculer (ou déduire) l'énergie de $g(t)$.
5. Lequel des deux signaux $s(t)$ et $g(t)$ est d'énergie finie ?
6. Calculer l'énergie de $x(t)$. Ce signal est-il d'énergie finie ?

1.3.3 Puissance

1. Calculer la puissance moyenne de $s(t)$ sur tout l'horizon de temps.
2. Calculer (ou déduire) la puissance moyenne de $g(t)$ sur tout l'horizon de temps.
3. Calculer la valeur efficace de $s(t)$ (on doit retrouver une formule connue).
4. Calculer la puissance moyenne de $c(t)$.
5. Calculer la valeur efficace de $c(t)$. Retrouve-t-on la même formule que pour $s(t)$?
6. Calculer la puissance moyenne de $x(t)$. Est-ce logique ?
7. Calculer la puissance de $s(t)$ en dB$_m$ pour $S = 5$.
8. Calculer la puissance de $s(t)$ en dB$_W$ (de deux façons) pour $S = 5$.
9. Calculer la puissance moyenne en Watts d'un signal annoncé à 0,3 dB$_W$.

TD n° 2

Développement en série de Fourier

Objectifs

— Comprendre le principe du développement en série de Fourier.
— Utiliser les formules de calcul pour quelques signaux qui seront vus en TP.
— Comprendre la différence entre les séries de Fourier unilatérale et bilatérale.

Durée : 1h30

Sommaire

2.1 Pour commmencer très simplement 5
2.2 À peine un peu plus dur ! 6
2.3 Préparation du premier TP 6
2.4 Maintenant, un signal pair ! 7

2.1 Pour commmencer très simplement

Soit le signal représenté sur la figure 2.1.

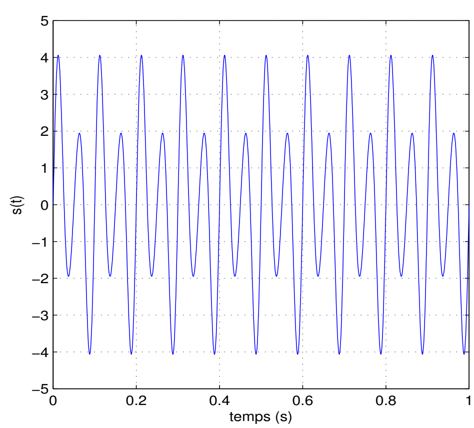

FIGURE 2.1 – Signal $s(t)$ à étudier

1. Le signal $s(t)$ est-il périodique ? Si oui, quelle est sa période T_p ?
2. Le signal $s(t)$ comporte-t-il des harmoniques ? Si oui, combien ?

2.2 À peine un peu plus dur !

Un signal $s(t)$ est placé en entrée d'un *analyseur de spectre*. L'analyseur propose alors un graphe donné par la figure 2.2

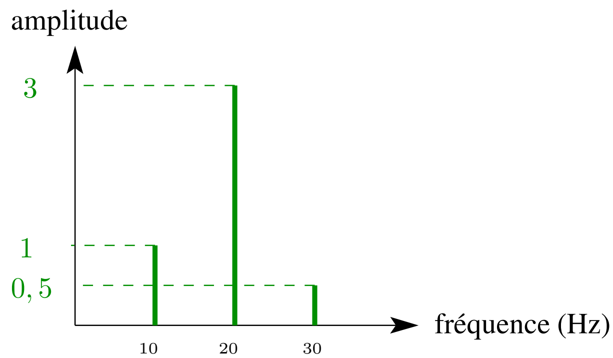

FIGURE 2.2 – Sortie de l'analyseur de spectre lorsque l'entrée est $s(t)$.

1. Que représente extactement ce graphe ?
2. Le signal $s(t)$ est-il périodique ? Si oui, quelle est sa période T_p ?
3. Le signal $s(t)$ comporte-t-il des harmoniques ? Si oui, combien ?
4. Donner son expression.
5. Dessiner la représentation fréquentielle de $s(t) + 2$.

Remarque 2.1 *Pour information, le signal $s(t)$ en question a été rencontré très récemment.*

2.3 Préparation du premier TP

Soient le signal $s(t)$ décrit par

$$s(t) = S \sin(\omega_p t)$$

ainsi que les signaux $c(t)$ et $d(t)$ représentés sur la figure 2.3.

1. Que représentent S ou A pour ces signaux ?
2. Calculer le développement en série de Fourier de $s(t)$, $c(t)$ et $d(t)$ (série unilatérale, c'est-à-dire les coefficients a_n et b_n). Commenter.
3. Déduire les coefficients V_n et ϕ_n de l'autre forme du développement pour $s(t)$, $c(t)$ et $d(t)$.
4. Déterminer le développement des signaux $\hat{s}(t) = -s(t)$, $\hat{c}(t) = -c(t)$ et $\hat{d}(t) = -d(t)$.
5. Déterminer le développement des signaux $\tilde{s}(t) = -s(t)$, $\tilde{c}(t) = 2c(t)$ et $\tilde{d}(t) = 2d(t)$.
6. Que faut il modifier pour passer du développement de $c(t)$ (ou de $d(t)$) à celui du même signal mais décalé vers le haut de $\frac{A}{2}$?
7. Rappeler ce qu'est le développement en série de Fourier bilatérale d'un signal.
8. Calculer les coefficients du développement en série de Fourier bilatéral de $c(t)$ (si possible de deux façons !).

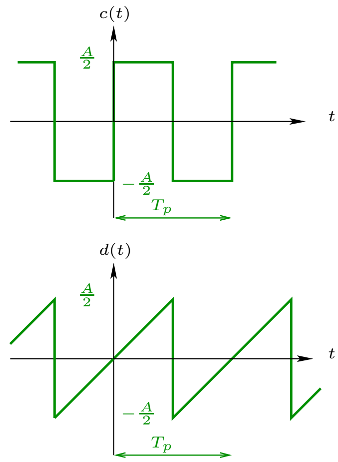

FIGURE 2.3 – Signaux $c(t)$ et $d(t)$

2.4 Maintenant, un signal pair !

Soit $r(t)$, un signal rectangulaire pair (contrairement à $c(t)$ qui est impair). Il est représenté sur la figure2.4.

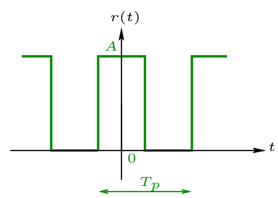

FIGURE 2.4 – Signal $r(t)$

1. Calculer les coefficients du développement en série de Fourier unilatérale.
2. Déduire les coefficients du développement en série de Fourier bilatérale.

TD n° 3

Transformation de Fourier

Objectifs

— S'initier un peu au calcul de la transformée de Fourier d'un signal.
— En comprendre quelques propriétés.
— Faire le lien avec le développement en série de Fourier bilatérale.

Durée : 1h30

Sommaire

3.1 La propriété essentielle . . . 9
3.2 Le sirop « Sport Fraise », c'est pour les balèzes ! . . . 9
3.3 TdF et SdF . . . 10

3.1 La propriété essentielle

Soit $\delta(t)$ l'impulsion de dirac. Soit aussi $\Gamma(t)$, la fonction de Heaviside, également appelée échelon unitaire.

1. Rappeler la définition de δ telle qu'elle a été donnée en cours.
2. Comment la représente-t-on ?
3. Est-ce un signal périodique ?
4. Peut-on calculer son développement en série de Fourier ?
5. Calculer sa transformée de Fourier (propriété essentielle vue en cours).
6. Par déduction, dessiner son spectre.
7. Représenter le chronogramme de $\Gamma(t)$.
8. Déduire d'un résultat précédent la transformée de Fourier de $\Gamma(t)$.

3.2 Le sirop « Sport Fraise », c'est pour les balèzes !

Comme l'indique le titre, cet exercice est un peu plus difficile !

Soit le signal « porte » d'amplitude A et de largeur T tel que dessiné sur la figure 3.1.

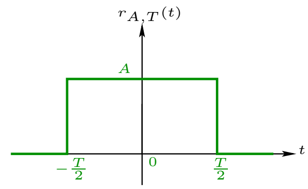

FIGURE 3.1 – Signal $r_{A,T}(t)$

1. Caculer la transformée de Fourier de $r_{A,T}(t)$.
2. Que devient-elle si $A = \frac{1}{T}$ (c'est-à-dire si la hauteur augmente comme décroît la largeur) ?
3. Retrouver la transformée de $\delta(t)$ établie à l'exercice précédent.
4. Dessiner $r_{1,1}(t)$.
5. Que vaut $r_{1,1}(\tau)$ lorsque $\tau \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$? Et en dehors de cet intervalle ?
6. Que vaut $r_{1,1}(t-\tau)$ lorsque $\tau \in [-\frac{1}{2}+t; \frac{1}{2}+t]$? Et en dehors de cette condition ?
7. Définir et calculer $r_{1,1}(t) * r_{1,1}(t)$ (auto-convolution de $r_{1,1}(t)$). **(Attention, c'est dur !)**
8. En déduire la transformée de Fourier du signal représenté sur la figure 3.2.

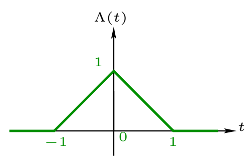

FIGURE 3.2 – Signal $\Lambda(t)$

9. Soit le signal $g(t)$ représenté que la figure 3.3. Calculer sa transformée de Fourier.

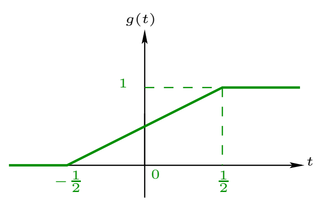

FIGURE 3.3 – Signal $g(t)$

3.3 TdF et SdF

Soit le signal $s(t)$ dont la tranformée de Fourier s'exprime mathématiquement par

$$S(f) = \delta(f) + \frac{1}{2}\delta(f - f_p) + \frac{1}{2}\delta(f + f_p).$$

1. Dessiner son spectre bilatéral.
2. S'agit-il d'un signal périodique ?
3. Donner son expression temporelle sachant qu'il s'agit d'un signal pair.

TD n° 4

Filtrage analogique

Objectifs

— Comprendre le lien entre convolution et filtrage.
— Comprendre quels sont les principaux gabarits de filtre.
— S'initier au choix d'un filtre.

Durée : 1h30

Sommaire

4.1 Convolution et filtrage 11
4.2 Gabarits des filtres 12
4.3 Exemple de filtrage 12

4.1 Convolution et filtrage

Soit un filtre de fonction de transfert $G(f)$ dont la réponse impulsionnelle est un signal $g(t)$. Ce filtre est suivi d'un second filtre totalement identique qui admet donc $g(t)$, comme entrée, la sortie du premier filtre, et délivre en sortie un signal $h(t)$.
Soit par ailleurs $\Gamma(t)$, la fonction de Heaviside (échelon unitaire).

1. Rappeler ce qu'est la réponse impulsionnelle.
2. Dessiner la chaîne de transmission de l'information de l'impulsion à $h(t)$.
3. Exprimer $h(t)$ en fonction de $g(t)$.
4. Que vaut $\Gamma(\tau)$ lorsque $\tau < 0$?
5. Que vaut $\Gamma(t-\tau)$ lorsque $\tau > t$?
6. Détailler le calcul de $h(t)$ en supposant que $g(t)$ s'exprime

$$g(t) = \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{t}{\alpha}} \Gamma(t),$$

   où α est une constante de temps.
7. Calculer $G(f)$.
8. De quel type de filtre s'agit-il ? De quel ordre est-il ?

9. Peut-on lui associer un gain statique ?
10. Calculer $F(f)$ la fonction de transfert du filtre résultant de la mise en série des deux filtres de transmittance $G(f)$.
11. De quel ordre est le filtre obtenu (il n'est pas utile de conduire le calcul précédent pour répondre) ?
12. Déduire $H(f)$, la transformée de Fourier de $h(t)$, de la réponse à la question 10.
13. Retrouver $h(t)$ à partir de la réponse précédente (en utilisant un tableau de transformées).

4.2 Gabarits des filtres

1. Donner la fonction de transfert, l'allure de la réponse impulsionnelle, de la réponse indicielle (à un échelon unitaire), du spectre et du diagramme de Bode pour les filtres suivants :
   — filtre passe-bas de premier ordre ;
   — filtre passe-bas de second ordre (deux cas) ;
   — filtre passe-haut de premier ordre ;
2. Donner la fonction de transfert, l'allure du spectre et celle du diagramme de Bode du filtre passe-bande (considérer un filtre très sélectif).
3. Quel autre gabarit pourrait-être utile pour éliminer une fréquence dans un signal ? (Dessiner le spectre ou le diagramme de Bode, inutile de donner une fonction de transfert.)

4.3 Exemple de filtrage

Soit un filtre dont la fonction de transfert est

$$G(f) = \frac{1}{1 + \mathbf{i}\frac{f}{f_c}}.$$

Il reçoit en entrée un signal $e(t)$ décrit par

$$e(t) = E\left(\cos(\omega_p t) + \frac{1}{9}\cos(3\omega_p t) + \frac{1}{25}\cos(5\omega_p t) + \frac{1}{49}\cos(7\omega_p t) + \dots\right).$$

1. À quel type de filtre $G(f)$ correspond-elle ?
2. Quelle est sa fréquence de cassure ?
3. Quel est son gain statique ?
4. Tracer le diagramme asymptotique de Bode correspondant.
5. Le signal $e(t)$ présente-t-il des propriétés de parité ou d'imparité ?
6. Quel choix de f_c faut-il faire pour atténuer, en puissance, l'harmonique de rang 5 de moitié ?
7. Comment peut-on quantifer l'atténuation de la puissance en fonction de f ?
8. En déduire l'atténuation en puisssance pour la fondamentale et l'harmonique de rang 3.
9. Donner l'amplitude de la raie de rang 7 avant et après filtrage pour $E = 1$.
10. Mêmes questions que les deux précédentes en considérant un filtre résultant de trois filtres $G(f)$ identiques en série.
11. Commenter les résultats en comparant les diagrammes de Bode « réels » du simple filtre et du triple filtre.

TD n° 5

Échantillonnage

Objectifs

— Comprendre l'intérêt de l'échantillonnage.
— En comprendre aussi les limites.
— Comprendre le théorème de Shannon et la notion de repliement de spectre.

Durée : 1h30

Sommaire

5.1 Quelques notions de base 13
5.2 Échantillonnage d'un signal sinusoïdal 13
5.3 Théorème de Shannon et filtre anti-repliement 14
5.4 Échantillonnage d'un signal audio 15

5.1 Quelques notions de base

1. Comment peut-on définir très brièvement l'échantillonnage d'un signal.
2. Expliquer en quelques mots quel est l'intérêt de l'échantillonnage. Pourquoi a-t-on de plus en plus recours à cette technique ?
3. Donner un exemple pratique de mesure où l'échantillonnage se fait à une période très longue et pas forcément très régulière.
4. Vaut-il mieux généralement échantillonner vite ou lentement ?
5. Quels sont les composants électroniques utiles à l'échantillonnage ? Se contentent-ils d'échantillonner ? En quoi peuvent-ils être limités ?
6. Quelle est l'opération inverse de l'échantillonnage ?
7. Quels sont les composants électroniques utiles à cette opération ? En quoi peuvent-ils être limités ?

5.2 Échantillonnage d'un signal sinusoïdal

Soit le signal $s(t)$ exprimé ainsi :

$$s(t) = \sin(2\pi f_p t),$$

avec $f_p = 440Hz$ (en acoustique, il s'agit d'un **La** !).

Ce signal est échantillonné à fréquences différentes :
- $f_1 = 3,52$kHz ;
- $f_2 = 1,76$kHz ;
- $f_3 = 700$Hz.

Les signaux ainsi obtenus sont respectivement notés $s_1(t)$, $s_2(t)$ et $s_3(t)$. Ils sont représentés avec le signal original $s(t)$ sur la figure 5.1.

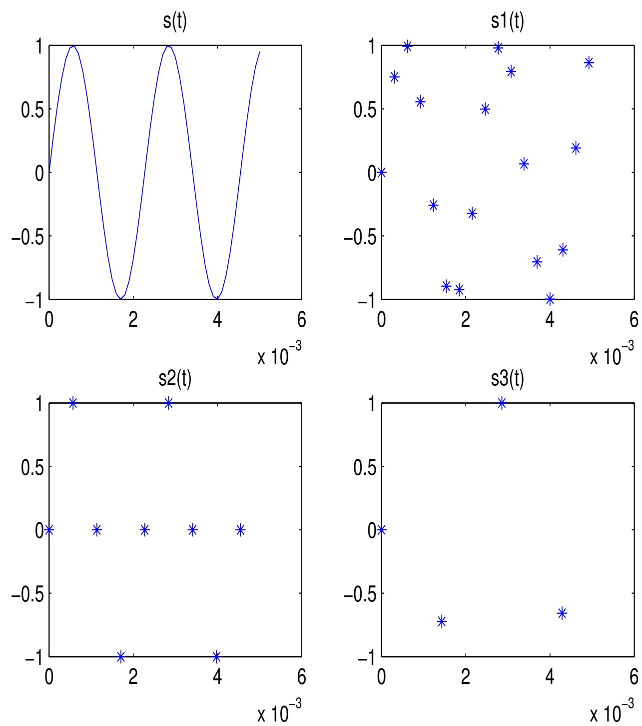

FIGURE 5.1 – Signal $s(t)$ original et signaux $s_1(t)$, $s_2(t)$ et $s_3(t)$ obtenus par échantillonnage

1. Dans quel(s) cas a-t-on des difficultés à reconstruire le signal sinusoïdal original ?
2. Expliquer ceci de deux façons : d'une manière simpliste dans le domaine temporel (avec juste un peu de bon sens et sans théorie) et d'une manière plus rigoureuse dans le domaine fréquentiel.

5.3 Théorème de Shannon et filtre anti-repliement

Soit un signal $e(t)$ décrit par

$$e(t) = 5 + 2\cos(600\pi t) + \sin(1800\pi t).$$

Ce signal subit un échantillonnage à une période $T_e = 1$ms. Du point de vue mathématique, cet échantillonnage est vu comme un échantillonnage impulsionnel idéal de sorte qu'à la sortie de l'échantillonneur, on obtient le signal discret $e^*(t)$.
Ce signal discret $e^*(t)$ est lui-même filtré par un filtre passe-bas *idéal* de gain statique T_e et de fréquence de cassure $f_c = \frac{f_e}{2}$, où f_e est la fréquence d'échantillonnage. La sortie du filtre est notée $s(t)$.

1. Le signal $e(t)$ est-il périodique ? Si oui, quelle est sa période ?

2. Comment appelle-t-on le signal $e^*(t)$ du point de vue mathématique ?
3. Peut-il avoir une existence physique ? Est-ce un problème ?
4. Pourquoi appelle-t-on parfois le filtre idéal « porte fréquentielle » de largeur $2f_c$? Donner la représentation fréquentielle de cette porte.
5. Faire un schéma de la chaîne de transmission de l'information de $e(t)$ à $s(t)$ en utilisant le symbole approprié pour l'échantillonneur impulsionnel idéal.
6. En s'appuyant sur la représentation spectrale des signaux $e(t)$ et $e^*(t)$ (module et phase), déduire l'expression de $s(t)$. Commenter.
7. On intercale avant l'échantillonneur un autre filtre passe-bas idéal de même fréquence de coupure que le précédent mais de gain statique 1. Déterminer la nouvelle expression de $s(t)$. Commenter.
8. Comment appelle-t-on un tel filtre ?
9. Est-ce possible de restituer rigoureusement le signal $e(t)$ à l'aide de filtres idéaux ?

5.4 Échantillonnage d'un signal audio

Soit un signal audio dont le spectre de module est donné par la figure 5.2

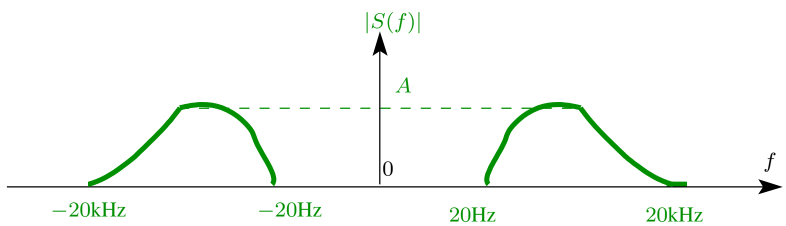

FIGURE 5.2 – Signal audio quelconque

En effet, un signal audio est compris dans la bande de fréquence [20Hz; 20kHz]. Ce signal est échantillonné (et même plus précisément numérisé) à des fins de stockage sur un CD (pour être lu par un lecteur standard).

1. Représenter le spectre de module du signal échantillonné à $f_e = 44,1$kHz.
2. Réitérer pour $f_e = 15$kHz.
3. Quel problème rencontre-t-on pour $f_e = 15$kHz ?
4. Quel principe n'a pas été respecté ?
5. Les données stockées sur un CD sont échantillonnées à $f_e = 44,1$kHz. Justifier ce choix.
6. Le signal est maintenant parasité par un bruit sinusoïdal de fréquence 50kHz (ultrason). Tracer le spectre de module du signal continu bruité.
7. Représenter le spectre de module du signal bruité échantillonnée à $f_e = 44,1$kHz.
8. Quel est le problème rencontré ?
9. Quelle remède peut-on envisager ?
10. Peut-on envoyer le signal discret directement sur les baffles ?
11. Quel traitement faut-il lui appliquer ?

Références bibliographiques

Un certain nombre de références prêtées à l'auteur ou simplement prélevées (légalement !) sur Internet ont servi à la conception de ce document. Que leurs auteurs en soient remerciés.

Frédéric Launay.
Polycopié de notes de cours : ≪ Cours de traitement du signal ≫.
IUT de Poitiers-Chatellerault-Niort, département de Réseaux et Télécoms, 2011.

Frédéric Launay.
Enoncés de Travaux Dirigés assoicés au cours intitulé ≪ Cours de traitement du signal ≫.
IUT de Poitiers-Chatellerault-Niort, département de Réseaux et Télécoms, 2011.

Didier Chambert.
Polycopié d'énoncés de Travaux Pratiques : ≪ Module Traitement du signal ≫.
IUT de Poitiers-Chatellerault-Niort, département de Mesures Physiques, 2011.

Sandrine Moreau, Afzal Chamroo, Thierry Poinot, Patrice Remaud, et Guillaume Mercère.
Polycopié de notes de cours : ≪ Traitement du signal ≫.
École Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers (ENSIP), 2ème année de cycle ingénieur, 2012.

Roger Reynaud.
TDs et Correctiosn de TDs en Traiement du Signal ≫.
IUT d'Orsay, département de Mesures Physiques, 2000-2001.

Wikipedia, the free encyclopedia
`http : //en.wikipedia.org/wiki/Wikpedia`

L'auteur remercie tout particulièrement Frédéric Launay et Didier Chambert de leur précieuse aide.