Travaux Pratique
TR-C1 : Traitement du signal Avancée

TP 4 : Fenêtrage

Objectifs :

Le but de ce TP est :
- De prendre conscience de l'effet de fenêtrage sur la visualisation du spectre
- De mesurer la puissance des signaux.

I) Influence de la taille de la fenêtre d'observation (*windowing)*

La transformée de Fourier ne peut jamais s'appliquer sur la totalité du signal. Le signal n'étant pas périodique, on tronque le signal sur une durée de fenêtrage choisie et il est possible d'appliquer la TFD sur des parties d'un signal de taille N. La partie analysée est appelée fenêtre d'observation.

On va mettre en évidence le fait que la précision fréquentielle (résolution) augmente avec la taille de la fenêtre.

Exemple 1 :

- Reprenez le TP n°1, générez une sinusoïde de fréquence 100Hz, avec une fréquence d'échantillonnage de 1400 Hz et sur une durée de 0.1 s.
- Notez la dimension du vecteur signal. Définissez le nombre de période du signal sinusoïdal.
- Nous allons maintenant imposer la durée en fixant la taille du vecteur signal. On va choisir une taille N=64 échantillonnée à 1,4kHz. Quelle est la durée du signal.
- Visualisez les modules des TFD d'ordres M=16,128, 256 et donnez à chaque fois la largeur Δ f du lobe principal du spectre (on prendra 2 points voisins pour avoir la largeur du lobe). On utilisera la fonction TF_signal=fft(signal,M)
- Vérifiez que le produit de la largeur du lobe principal par la durée d'observation M. Δ f est constant. Conclure.

Fenêtre ou Fenêtre d'analyse :

Une fenêtre d'analyse est une fenêtre de mise en forme que l'on donne au signal avant de l'analyser par TFD :

On multiplie le signal à analyser s(k) terme à terme par une fenêtre w(k) de forme adéquate pour réduire les lobes secondaires afin que le spectre observé tende vers le résultat théorique qui est pour une sinusoïde de fréquence f_0 une raie pure à la fréquence f_0.

Les analyseurs de spectre (appareils qui donnent le spectre d'un signal) proposent de nombreuses fenêtres d'analyse, qui ont chacune des effets différents :
Blackman, Hamming, Hanning…

Sous matlab on peut utiliser les fonctions hanning(N) et blackman(N) pour le fenêtrage (ce sont deux vecteurs colonnes de taille N).

1. Etudiez les réponses temporelles des fenêtres rectangulaires (*boxcar*), Bartlett, Hamming, Hanning, Blackman.
2. Retrouvez les caractéristiques du cours pour les fenêtres rectangulaires et Hamming en tracant le spectre sur M=4*N points.
3. Visualisez sur une même figure les deux fenêtres et leurs spectres d'amplitude en dB.
4. Observez l'effet du fenêtrage sur l'allure du spectre : taille des lobes secondaires et largeur du lobe principal.
5. Comparez l'effet des deux fenêtres proposées.
6. Multipliez *terme à terme* la sinusoïde de l'exemple 1 par chacune des deux fenêtres, et visualisez les spectres résultants en dB (signal_fenetre=fenetre.*signal').
7. A la sinusoïde définie à 100 Hz, on rajoute une sinusoïde de fréquence 150 Hz, d'amplitude 0.01, avec f_e=1 kHz. On appellera signal=sin(2pift)+0.01*sin(2pif_1t).
   - Tracer le spectre théorique
   - Observer le spectre du signal sans fenêtrage et avec une fenêtre de Hamming. Conclusion ?
8. Tracer un sinus sur N=32 points, de fréquence 50 Hz, avec fe=300 Hz. Comparer le spectre avec et sans fenêtre de Hamming

Résolution fréquentielle de la TFD

La résolution fréquentielle Δ f nous informe sur la capacité à séparer les valeurs du spectre pour deux fréquences très proches :

On peut distinguer les spectres aux fréquences f et f+ Δ f mais pas aux fréquences f et f+δ où δ < Δ f. Plus Δ f est petite plus la résolution est haute.

Cette résolution dans le cas de la TFD d'ordre N est déterminée par le nombre de points d'analyse N et la fréquence d'échantillonnage Fe :

$$\Delta f = F_e / N$$

On va essayer de voir les limites de l'analyse par TFD en essayant de détecter des sinusoïdes proches.

Exemple 2 :

1. Générez un signal échantillonné à 1kHz de 1024 points, résultat de l'addition de deux sinusoïdes de même amplitude et de fréquences respectives 100Hz et 105Hz.

2. Déterminez expérimentalement la durée d'observation en dessous de laquelle on ne distingue plus les lobes principaux des TFD des deux composantes.

3. Que vaut la taille théorique Nmin qui ne permet pas de séparer les deux raies ?
4. On double simultanément la fréquence d'échantillonnage et la taille de la TFD : Est-ce qu'on obtient de meilleurs résultats ?
5. Un procédé physique génère un signal comportant deux raies 100Hz et 105Hz présentes dans une bande [0,500Hz]. Quel serait le choix le plus économique de la longueur d'observation et de la fréquence d'échantillonnage de ce signal, pour pouvoir distinguer les deux raies ?

II) Calcul de la Densité Spectrale de Puissance.

Il existe différentes méthodes pour estimer la DSP d'un signal aléatoire. Sous certaines conditions (propriétés statistiques du signal), la DSP est estimé à partir la TF du produit d'autocorrélation.

Nous allons seulement estimer le spectre en utilisant quelques méthodes disponibles sous Matlab et nous réaliserons un programme permettant d'estimer la DSP.
Construire un signal sinusoïdale de fréquence 440 Hz échantillonné à Fe=8kHz sur une durée de 100ms

1. Construire un signal bruit par la fonction randn
2. Ajouter le bruit pondéré par un facteur de 1 au signal sinusoidal.
3. Représenter le spectre sous Matlab à partir de la fonction fft.
4. Représenter le spectre sous Matlab à partir de la fonction fft en limitant la fft à 256 points jusqu'à 64 points.
5. Tracer le spectre en utilisant la fonction psd et periodogramm