

Cours Modulation Analogique

1^{er} cours :

Objectifs :

- 1) Qu'est ce moduler
- 2) Pourquoi moduler
- 3) Différentes modulations
- 4) Comment moduler
- 5) Structure d'une chaîne de transmission

2^{ème} cours :

Objectifs :

- 1) Occupation spectrale
- 2) Modulation d'amplitude : différents types
- 3) Démodulation d'amplitude
 - i. Démodulation non cohérente
 - ii. Démodulation cohérente

3^{ème} cours

Objectifs :

- 1) Règle de Carson
- 2) Modulation de fréquence et de phase
- 3) Démodulation de fréquence et de phase
- 4) Conclusion : Classification des modulations

SOMMAIRE

I. Généralités et Définitions.....	4
II. Applications.....	6
III. Principe de la modulation.....	7
IV. Modulation d'amplitude.....	15
IV.1. Modulation d'amplitude sans porteuse.....	20
IV.2. Modulation d'amplitude à bande latérale unique (BLU).....	22
V. Démodulation d'amplitude.....	23
VI. Introduction.	30
VII. Modulation de fréquence.....	33
Comme dans le cas de la modulation d'amplitude, nous allons nous intéresser à la modulation de fréquence d'un signal d'information de nature sinusoïdale.....	33
Ainsi, soient.....	33
VIII. Modulation de Phase.....	35
IX. Conclusion.....	35

COURS 1

Objectif :

Dans ce premier cours, l'apprenant est sensibilisé aux notions de la modulation analogique. Après avoir décrit la fonction de la modulation, on présente différentes applications pratiques. On définit ensuite l'emplacement du modulateur dans une chaîne de transmission classique. Enfin, ce cours définit les trois grandes classes de modulations analogiques

L'étudiant doit être en mesure de comprendre les objectifs d'une modulation, le principe du récepteur et le rôle des filtres et mélangeurs.

Les Modulations Analogiques

I. Généralités et Définitions

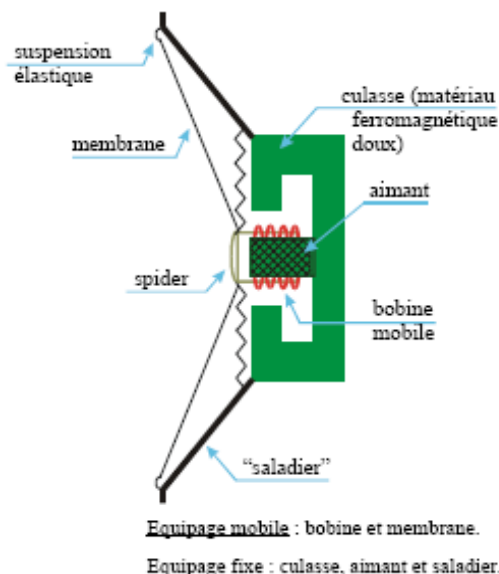
Lorsque vous souhaitez discuter avec une personne située dans la même pièce que vous, il vous suffit de parler suffisamment fort pour que la personne vous entende. La voix émise est une onde acoustique. Si maintenant, plusieurs personnes souhaitent discuter simultanément dans la même pièce ou si votre interlocuteur est éloigné, il faut trouver une technique pour transmettre votre voix jusqu'à votre correspondant.

Si votre correspondant est « peu » éloigné, un micro, un amplificateur et un haut parleur peuvent être suffisant. Mais votre voix étant amplifiée, cette technique ne peut être employée que lorsque vous vous adressez seul vers un public.

Une autre technique consiste à transformer l'onde acoustique (la voix) en une onde électro-magnétique via une antenne.

Il existe deux catégories d'ondes, les ondes matérielles (acoustique, pression comme le tremblement de terre) et les ondes électro-magnétique.

On peut ainsi récupérer le signal électrique à la sortie du microphone, l'amplifier et le transmettre via une antenne. Ce signal est évidemment inaudible (il ne s'agit plus d'une onde acoustique). Votre correspondant n'a plus qu'à récupérer l'onde électro-magnétique et transformer le signal électrique en un signal acoustique via le haut parleur (cf.).



Lorsqu'on alimente le haut-parleur à l'aide d'un G.B.F. (mode sinusoïdal) réglé à une fréquence comprise entre 50 et 100 Hz, on observe le déplacement alternatif de la partie centrale du haut parleur. Le haut-parleur émet un son lorsque sa membrane vibre (onde matérielle).

Figure 1. Fonctionnement d'un micro – haut parleur

Par ces deux techniques, le **spectre** de votre voix n'est pas modifié, la transmission est dite en **bande de base**.

Définition 1. Spectre

Le Spectre d'un signal est la représentation fréquentielle du signal.

Application acoustique :

En musique, la note 'LA' est une onde sinusoïdale qui se répète 440 fois en une seconde. Le signal est périodique (sinusoïde), la période est de 1/440 seconde. La fréquence est l'inverse de la période. La fréquence est donc de 440 Hz.

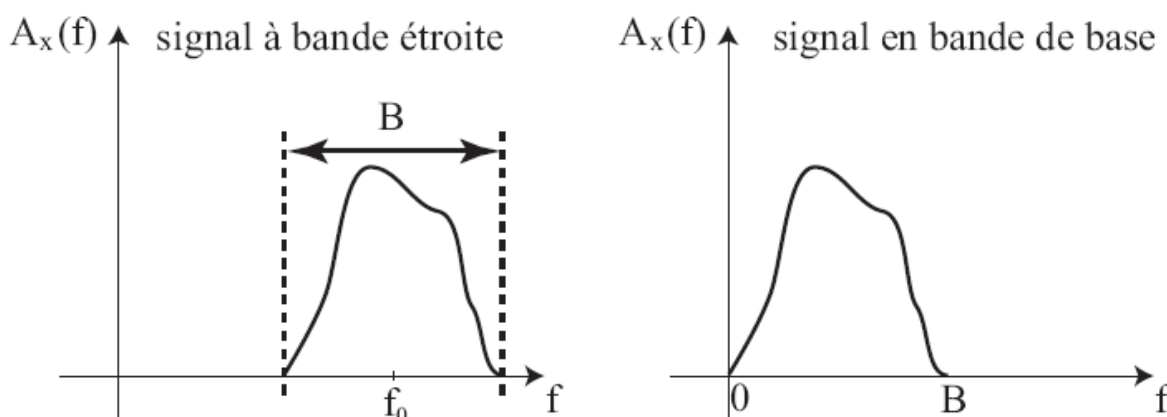
Prendre un morceau de musique quelconque et analyser le avec le logiciel Audacity. Regarder son spectre, celui-ci est défini entre 0 Hz et 20 kHz.

Définition 2. Transmission en bande de base

Une transmission en bande de base consiste à transmettre un signal sans déplacer son spectre. On peut donc modifier le spectre en transformant le signal par un autre (filtre de mise en forme) mais pas sa bande spectrale (c'est-à-dire l'intervalle fréquentiel du signal brut à transmettre).

La technique couramment utilisée pour transmettre le signal consiste à déplacer son spectre. En règle générale, on translate son spectre vers une plus haute fréquence par une **modulation linéaire ou non linéaire**.

Une modulation est dite linéaire quand l'opération consiste uniquement à traduire son spectre vers une plus haute fréquence comme le montre la Nous reviendrons sur cette différence ultérieurement



Définition 3. Modulation, modulant, modulé

La modulation consiste à transformer un signal connu par le signal à transmettre. Le signal à transmettre est appelé signal d'information. Lorsqu'on module un signal, on appelle :

- **porteuse** : le signal connu
- **modulant** : le signal d'information
- **modulé** : le signal résultant de la transformation de la porteuse par le modulant

Le signal connu est *généralement* un signal sinusoïdal défini par son amplitude et sa fréquence. La fréquence est appelée fréquence porteuse. On trouve parfois un signal d'impulsion (radar) et très rarement d'autres signaux.

généralement : toutes les modulations grands publique utilisent des porteuses sinusoïdales, mais il existe néanmoins d'autres types de porteuses.

II. Applications

De nos jours, de nombreuses transmissions utilisent encore des modulations analogiques, bien que celles-ci soient progressivement remplacées par des modulations numériques (*sur porteuses analogiques*).

Il faut savoir que par abus de langage, on parle de modulation numérique alors qu'en réalité, seule l'information à transmettre est numérique. Le principe est identique à la modulation analogique dans le sens où la porteuse reste analogique.

On peut citer :

- La transmission Radio : Les grandes ondes, les moyennes ondes, la *FM*
- Télévision analogique. Les chaînes classiques (TF1, A2, FR3 ; C+, ARTE et M6), remplacé progressivement par la TNT (*modulation numérique sur porteuse analogique*).
- La CB.
- Talkie Walkie
- Regroupement de plusieurs appels téléphoniques
- Balises de navigation des bateaux
- ...

Compléter cette liste.

La modulation est apparue nécessaire pour transmettre une information d'un point à un autre (point à point), ou d'un point vers un ensemble de sites distants (multipoints) en adaptant le signal au moyen de transport utilisé. On appelle canal de transmission, le support physique utilisé pour la communication. On différencie deux types de canaux

Canal guidé : câble métallique, fibre optique

Canal en espace libre : Faisceaux Hertziens, liaison radio, liaison sous-marines, ...

Chaque canal est caractérisé par sa fonction de transfert qui traduit l'aptitude à transmettre un signal à une fréquence donnée, notamment pour le câble guidé.

Par exemple, la ligne téléphonique est utilisée pour transmettre de la voix et des signaux ADSL. La ligne téléphonique permet de transmettre des signaux jusqu'à 2.2 MHz. Au-delà, les lignes téléphoniques ne sont plus adaptées au transport de signaux.

Dans l'espace libre, on utilise d'autres critères, comme les caractéristiques des différentes strates atmosphériques (ionosphère, troposphère), la dimension de l'antenne et la nature du milieu de propagation

Question 1 :

Après avoir trouvé les fréquences utilisées pour la radio (grande Onde, moyenne onde et FM), expliquez le choix de la fréquence pour la modulation Grande Onde.

Pour les transmissions en espace libre, l'utilisation d'une antenne permet de transformer une énergie guidée en une onde Electro-Magnétique qui rayonne dans l'espace libre. La dimension de l'antenne de l'ordre de $\lambda/4$ ou λ est la longueur d'onde.

La longueur d'onde est liée à la fréquence du signal à transmettre par la relation : $\lambda = \frac{c}{f}$, où c est la célérité $c=3.10^8$ m/s, et f la fréquence du signal.

Question 2 :

Définir la dimension de l'antenne utilisée pour une transmission radio FM et pour la CB.

III. Principe de la modulation

En reprenant la définition 3, la modulation consiste à transformer un signal sinusoïdal connu appelé porteuse par le signal à transmettre.

Définition 4. Caractéristique d'un signal sinusoïdal

Un signal sinusoïdal est entièrement défini par trois caractéristiques qui sont :

- son amplitude A
- sa fréquence f
- sa phase θ

Le signal sinusoïdal s'écrit de la manière suivante :

- en temporel : $v(t) = A \sin(2\pi ft + \theta)$
- en fréquentiel : $V(f) = A/2e^{j\theta}$, $V(kf) = 0$, $\forall k \in \mathbb{N}, k \geq 2$

Théorème 1. Modulation Analogique sur une porteuse sinusoïdale

La modulation analogique sur une porteuse sinusoïdale consiste à modifier une ou plusieurs caractéristiques du signal sinusoïdal par le signal analogique à transmettre.

Applications

En règle générale, on ne modifie qu'un paramètre sur les trois. On différencie ainsi trois types de modulations qui sont :

- Modulation d'Amplitude (AM)
- Modulation de Phase (PM)
- Modulation de Fréquence (FM).

Dans le langage courant, on se contente de parler de modulation analogique sans préciser le type de porteuse utilisée lorsque celle-ci est sinusoïdale. Généralement, seule une porteuse sinusoïdale est utilisée.

Théorème 2. Synoptique d'une chaîne de transmission analogique

Une chaîne de transmission analogique représente l'ensemble des éléments nécessaires à la transmission d'une information de nature analogique (cf.). Elle est composée d'un émetteur, d'un canal de propagation et d'un récepteur.

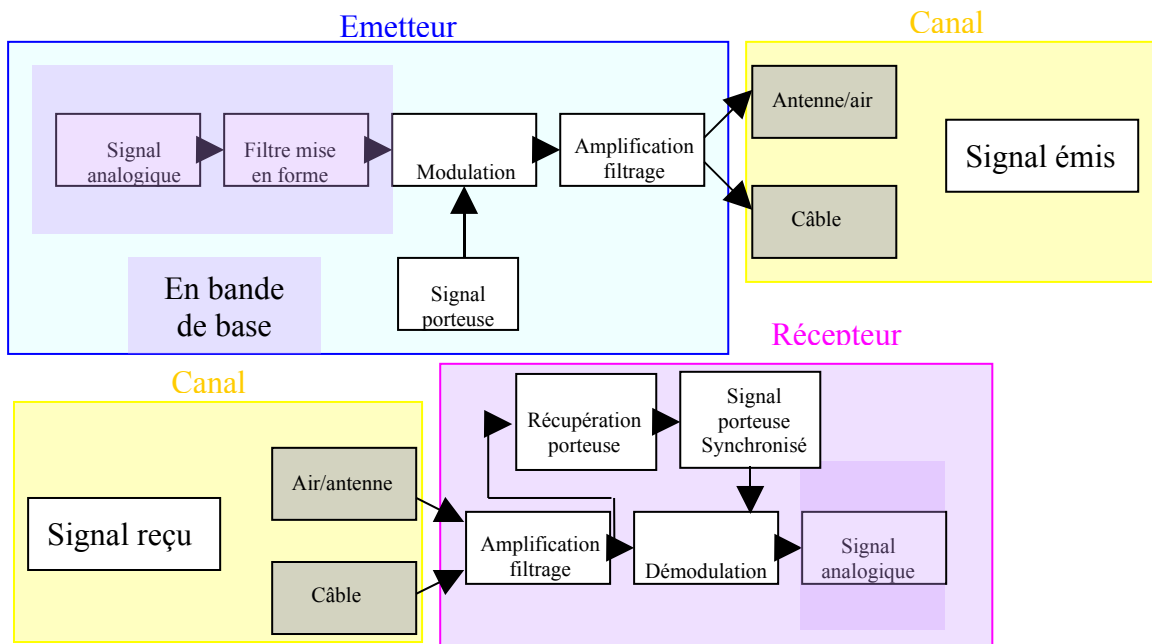


Figure 3. Synoptique d'une chaîne de transmission homodyne

Définition 5. Mélangeur

Un mélangeur est un circuit électronique qui effectue la multiplication entre deux signaux. Couramment utilisé dans les émetteurs/récepteurs HF, un mélangeur effectue une multiplication entre un oscillateur local (porteuse à f_p) et un signal modulé ou modulant. Au niveau du spectre, cela revient à une simple translation de $\pm f_p$ du signal. On observe ainsi deux bandes, dont une est nécessairement filtrée.

Théorème 3. Principe du récepteur superhétérodyne

Au niveau de la réception, en amont de l'amplificateur on peut placer un mélangeur, de fréquence variable selon la station à écouter. Ainsi, le signal en sortie du mélangeur est défini à une fréquence fixe, appelée Fréquence Intermédiaire f_i . On peut ainsi utiliser un amplificateur qui fonctionne sur une bande de fréquence réduite et connue.

En règle général, un récepteur superhétérodyne consiste à augmenter ou diminuer la fréquence du signal modulé vers une ou plusieurs fréquences intermédiaires f_i .

Rmq : L'amplificateur est un composant électronique qui permet d'amplifier le signal par un gain G . Idéalement, il amplifie sans déformer le signal. Idéalement, cela revient à multiplier chaque amplitude du spectre par le facteur G . Cependant, l'amplificateur ne peut réaliser une telle opération, l'ensemble du spectre n'est pas multiplié par le même gain et donc le signal est déformé. On appelle plage d'amplification, la bande de fréquence sur laquelle l'amplificateur peut multiplier les raies du spectre par le gain G . Plus cette bande est élevée et plus l'amplificateur est cher. Pour réduire le coût du récepteur, on préfère choisir un mélangeur et un amplificateur faible bande.

Mise en exemple de la déformation d'un amplificateur.

Supposons qu'un générateur délivre plusieurs sinusoïdes de fréquence $f_1, 3f_1, 5f_1, \dots$ de même amplitude. Tracer le spectre de ce signal.

Supposons que l'amplificateur soit un amplificateur faible bande limité à f_1 . Le spectre du signal en sortie de l'amplificateur est multiplié par G pour la fréquence f_1 , par $G/3$ à la fréquence $3f_1$, par $G/5$ à la fréquence $5f_1, \dots$

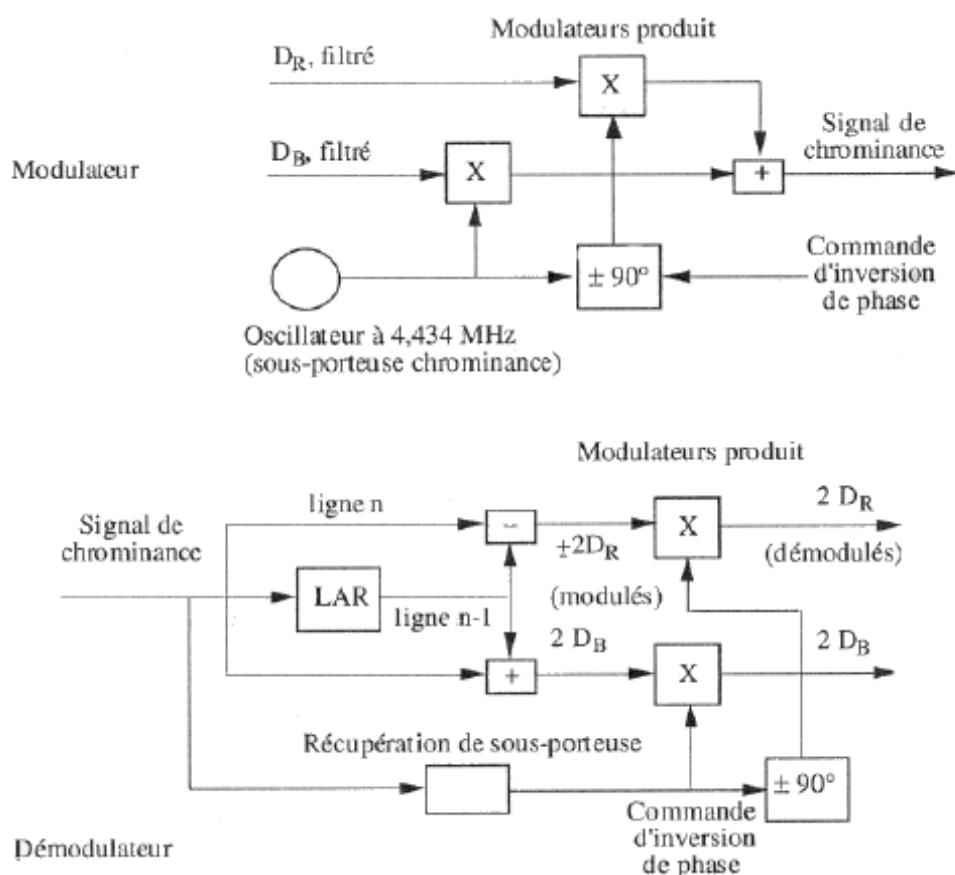
Représentez le spectre à la sortie de l'amplificateur.

A partir des tables de transformées des Séries de Fourier, représenter le signal dans le domaine temporel.

Quelle remarque faites vous !

Question 3 :

Etudier le synoptique d'une chaîne de réception de télévision



Modulateur et démodulateur PAL

Définition 6.Fréquence image

La fréquence image est résultante des structures superhétérodynes car nous savons que le mélangeur permet de translater le signal vers $\pm f_p$. Si l'information est un signal sinusoïdal de fréquence f_1 , le signal en sortie du mélangeur est constitué d'une fréquence f_1+f_p et f_1-f_p . Grâce à un filtre, on ne conserve que la fréquence $f_1=f_1-f_p$. Si on applique en entrée du mélangeur un signal de fréquence f_2 . En sortie du mélangeur on récupère deux fréquences f_2+f_p et f_2-f_p . La fréquence image est la fréquence f_2 telle que $f_2+f_p= f_1-f_p$

Définition 7. Filtres sélectifs

Un filtre est défini par son gabarit. Cela représente les fréquences que le filtre va laisser passer et les fréquences qu'il va filtrer. On représente de plus l'atténuation apportée par bande de fréquence. Plus cette atténuation est forte, plus le filtre est sélectif.

Rmq : Les filtres seront étudiés en électronique. On peut néanmoins rappeler que la sélectivité d'un filtre est déterminée par son ordre. Ainsi un filtre d'ordre 1 atténue autour de la fréquence de coupure de 20 dB par décade. Si la fréquence de coupure est à 100 kHz, le filtre passe bande atténue de 20 dB à 10 kHz et à 1000 kHz. Donc la bande de 990 kHz (entre 10kHz et 1000 kHz) est atténuée de moins de 20 dB. Si la fréquence de coupure est à 1000 kHz, alors il atténue de 20 dB les fréquences situées à 100 kHz et 10 MHz, ce qui fait une bande de 9990 kHz ou l'atténuation est inférieure à 20 dB. On remarque donc que plus on augmente la fréquence de coupure, plus la bande ou l'atténuation inférieure à 20 dB est grande. Un filtre d'ordre 2 atténue autour de la fréquence de coupure de 40 dB par décade. Un filtre d'ordre n atténue autour de la fréquence de coupure de $20n$ dB par décade.

Question 4 :

Supposons qu'une station 1 émette des informations sur une bande de 10 kHz autour d'une fréquence de 10 kHz. Supposons de plus que nous souhaitons récupérer l'information d'une autre station 2 qui émet un signal de bande passante 10 kHz, transmise autour d'une fréquence à 100 kHz. On suppose que si on atténue de 20 dB la station 1, on peut récupérer proprement le signal de la station 2. Quelle fréquence de coupure et quel ordre du filtre allez vous choisir.

Théorème 4. Coût d'un filtre

Plus un filtre est sélectif, plus sa conception est compliquée et plus le coût est élevé. On choisira par conséquent, dans la mesure du possible, des filtres peu sélectifs dans une chaîne de transmission. La sélectivité peut être déterminée par le rapport bande utile sur fréquence utile. Plus le rapport est petit, plus le filtre est sélectif.

Théorème 5. Filtre céramique

De nombreuses applications utilisent un filtre céramique très sélectif à 455 kHz. Ce filtre est bon marché car vendu en masse et très sélectif (bande passante de quelques kHz, facilement accordable). Il s'agit donc d'une exception du .

Théorème 6.Structure superhétérodyne du récepteur : choix de la fréquence intermédiaire

Pour avoir un filtre sélectif moins coûteux, on choisit préférentiellement une fréquence intermédiaire plus petite que la fréquence porteuse. Cependant, dans certains cas, l'emploi de filtre céramique impose un autre choix ou la fréquence intermédiaire est plus élevée.

Définition 8.Le canal de transmission

Le support physique ou hertzien (le câble ou l'antenne-air) correspond au canal de transmission.

Théorème 7.L'effet du canal

Dans le canal, le signal subit des déformations, des perturbations par du bruit, diaphonie (couplage entre les voix), des dérives en fréquences (*effet Doppler*), ...

effet Doppler : A l'arrêt, le son d'une sirène est défini par une fréquence fixe. Lorsque vous entendez une sirène qui s'approche de vous puis s'éloigne, le son passe de l'aigu au grave. L'onde acoustique passe d'une fréquence haute à une fréquence basse : il y a une dérive en fréquence du fait de la mobilité de la sirène.

Conclusions – révision premier cours

Ce premier cours est dédié à définir le concept d'une modulation analogique (et le vocabulaire de base) et à présenter les conséquences de la modulation sur les paramètres d'une chaîne de transmission.

A ce stade, vous devez être capable de comprendre les objectifs de la modulation, les motivations d'une modulation et les conséquences principalement au niveau du spectre, du canal et de l'antenne (si la transmission est sur un canal non guidé)

Pour valider ce premier chapitre, veuillez répondre au questionnaire suivant :

Questions de synthèse

- Pourquoi moduler un signal d'information?
- Quelle est la différence entre une onde matérielle et une onde électromagnétique.
- Quels sont les effets du canal de propagation ?
- Quelle différence existe-t-il entre une transmission d'un signal en bande de base et une transmission d'un signal modulé.
- Soit $m(t)$ le signal d'information en bande de base. La porteuse s'écrit de la manière suivante $v(t) = A \sin(2\pi ft + \theta)$. A votre avis :
 - Comment s'écrit le signal modulé en amplitude ?
 - Comment s'écrit le signal modulé en phase ?
 - Comment s'écrit le signal modulé en fréquence.
- Tracer le gabarit spectral (forme du spectre) d'un signal d'information de bande passante de 300 Hz à 3.4 kHz. Tracez le spectre du signal modulé autour de 20 kHz par une modulation linéaire.
- Quelle est la longueur idéale d'une antenne radio FM pour capter une radio à 100 MHz. Sachant qu'une réception CB s'effectue à 455 kHz, quelle antenne sera la plus grande ?
- Pour une modulation d'amplitude, l'information à transmettre est contenue dans l'amplitude de la porteuse. Pour le cas de la modulation FM, l'information est contenue dans la fréquence. Seriez vous expliquer pourquoi dans un tunnel les ondes FM passent mieux que les Grandes Ondes ?
- Quelle est la différence entre la modulation analogique et la modulation numérique ?
- Quelle différence existe-t-il entre signal modulé et signal modulant ?
- Soit un signal Grande Onde, diffusé à 200 kHz. La fréquence intermédiaire est situé à 455 kHz. Quelle sera la valeur de l'oscillateur local, et celle de la fréquence image ?
- Donnez deux raisons expliquant le choix d'une structure superhétérodyne pour réduire les coûts de réception. Quelles sont les coûts supplémentaires à la mise en place de cette structure

Cours 2

Objectif :

Dans ce deuxième cours, l'apprenant est initié à la modulation d'amplitude. On liste les trois grandes classes de modulations analogiques, et on étudie les dispositifs de démodulations mis en œuvre pour chaque technique de modulation d'amplitude.

L'étudiant doit être en mesure de différencier les types de modulations analogiques d'amplitude, et de connaître les caractéristiques de chacune des modulations en terme d'indice et d'occupation spectrale.

Modulation/Démodulation d'amplitude

IV. Modulation d'amplitude

La modulation d'amplitude est la première modulation employée en Télécommunication de par sa simplicité de mise en œuvre.

Théorème 8. Modulation d'amplitude (AM : Amplitude Modulation)

La modulation d'amplitude consiste à modifier l'amplitude de la porteuse par une fonction linéaire ($y=Ax+b$) du signal à transmettre.

Ainsi, soient

- La porteuse : $v_p(t) = S_p \sin(2\pi f_p t + \varphi_p)$
- Le modulant (signal d'information) : $S_i(t)$
- Le signal modulé : $v_t(t) = [S_p + kS_i(t)] \sin(2\pi f_p t + \varphi_p)$

ou k est un facteur de proportionnalité, souvent appelé sensibilité du modulateur.

Définition 9. Taux de modulation : m

Dans le cas où le signal modulant est un signal sinusoïdal, on obtient :

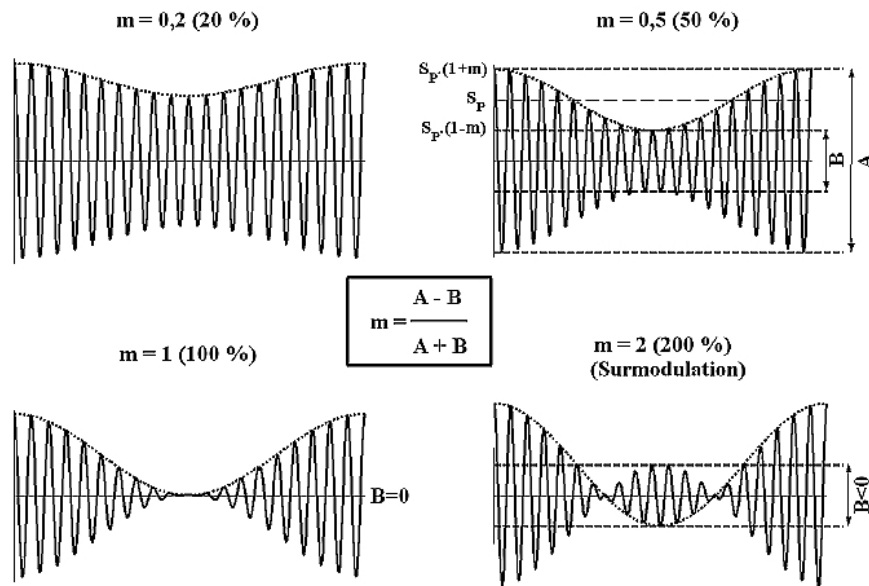
$$v_t(t) = [S_p + kS_i \cdot \sin(2\pi f_i t + \varphi_i)] \sin(2\pi f_p t + \varphi_p).$$

On préfère l'écriture suivante :

$$v_t(t) = S_p [1 + m \cdot \sin(2\pi f_i t + \varphi_i)] \sin(2\pi f_p t + \varphi_p)$$

Le taux de modulation, notée m est caractéristique du modulateur. Il représente l'amplitude du signal modulé par rapport à l'amplitude de la porteuse

Sur la figure ci-dessous, on représente différentes valeurs de m .



Cas particulier :

Question 3 : Supposons que le message à transmettre $m(t)$ est un signal sinusoïdal, d'amplitude S_i .

- 1) Calculer le taux de modulation.
- 2) On note A l'amplitude maximale du signal modulé et B l'amplitude

minimale du signal modulé. Montrez que $m = \frac{A - B}{A + B}$

Définition 10. Bande occupée

La bande occupée correspond à la largeur de bande nécessaire à la transmission du signal après la modulation. La bande de largeur minimale est la bande spectrale minimale à transmettre pour être capable de récupérer le signal émis.

En réalité, on cherche à transmettre le signal d'information par un circuit le plus simple possible, tant à l'émission qu'à la réception (coût du modulateur/démodulateur). D'un autre côté, on souhaite réduire au maximum la bande occupée pour pouvoir transmettre le plus d'information dans une même largeur de bande autorisée.

Cependant, ces deux notions sont antinomiques. Il faudra donc faire un choix entre simplicité et bande occupée.

Théorème 9. Occupation spectrale par une modulation d'amplitude

Pour une transmission d'amplitude basique, la bande occupée est double de la bande de base du signal d'information.

Démonstration

Nous avons vu en cours Système que tout signal physique possède un spectre dont le module est symétrique autour de l'axe des ordonnées, comme représenté sur la . Cependant, **physiquement** les fréquences négatives n'existent pas et par conséquent la mesure du spectre d'un signal quelconque est représenté uniquement pour des fréquences positives.

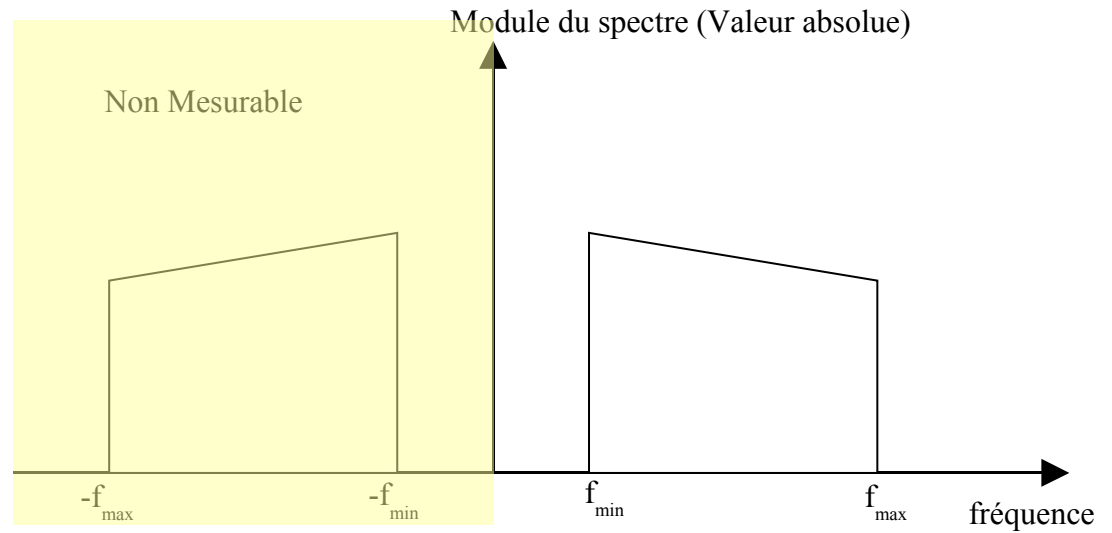


Figure 4.Représentation fréquentielle

Néanmoins, les fréquences négatives existent en théorie. Lorsqu'on translate le spectre autour d'une fréquence porteuse f_p , on translate la totalité du spectre. On retrouve donc le spectre (mesurable) suivant (cf.).

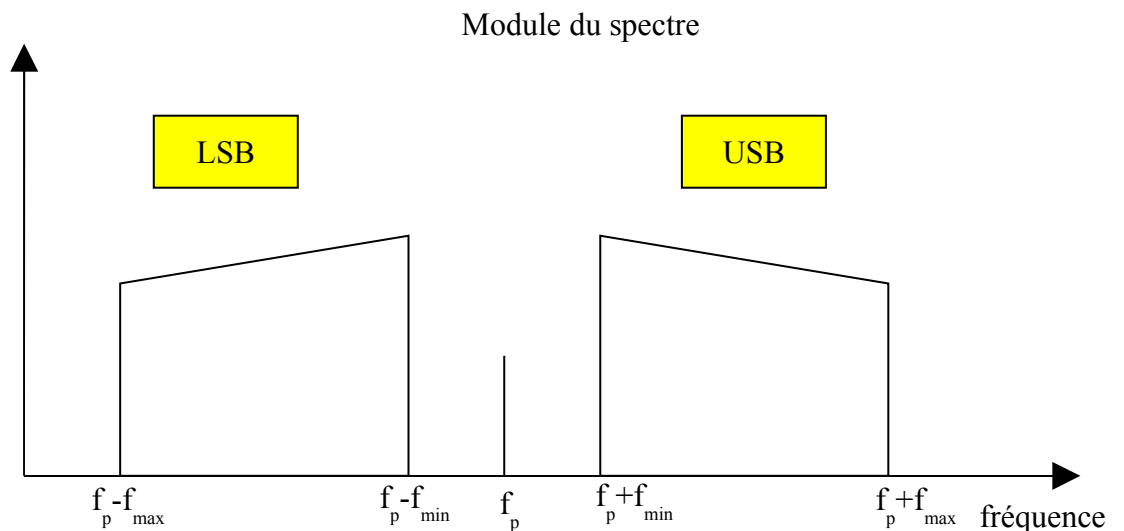


Figure 5.Spectre du signal modulé

Cas particulier

Question 4 : Supposons que le message à transmettre $m(t)$ soit un signal sinusoïdal, d'amplitude S_m et de fréquence f_m . Prenons une porteuse d'amplitude A et de fréquence f_p .

1. Tracer le spectre $M(f)$ du signal d'information $m(t)$ à partir de la table des Transformée de Fourier.
2. Expliquer la relation entre le spectre et la formule suivante :

$$\cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \quad (\text{rmq : } \sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i})$$

3. A partir du théorème 4, écrire la formule mathématique du signal modulé.
4. A partir des formules trigonométriques suivantes, simplifier l'expression pour ne plus avoir que des sommes de sinus et de cosinus (on supprime les produits de cosinus).
 $\cos(A + B) = \cos(A)\cos(B) - \sin(A)\sin(B)$
(pour les plus courageux, démontrer cette formule à partir de l'expression donnée au 2)
5. Exprimer cette relation sous forme d'exponentielle en se servant de la relation donnée au 2
6. Tracer le spectre du signal modulé.

Définition 11.: Puissance émise

La puissance émise représente la puissance du signal modulé à l'entrée du câble où à la sortie de l'antenne. La puissance est définie par :

$$P_w = \frac{1}{T} \int_0^T u(t).i(t)dt$$

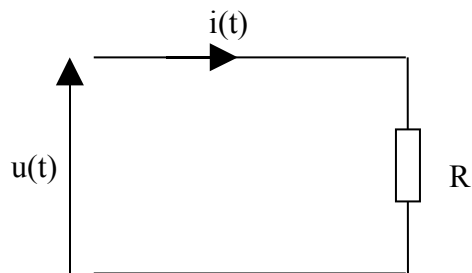
La puissance s'exprime en Watt, avec la tension u en Volt et l'intensité i en Ampère. On préfère couramment exprimée cette notion en dB par la relation suivante :

$$P_{dB} = 10 * \log_{10}(P_w)$$

*Rmq : On exprime couramment la puissance en dB, car l'avantage de cette écriture permet de soustraire les pertes et atténuations au lieu de les diviser. En effet, si le signal est atténué de moitié par 100 mètres, dans le cas où l'on transmet un signal de 1W, au bout de 100 mètres la puissance sera de 0,5 W. Quelle est la puissance du signal au bout de 1.7 km ? Sachant que diviser par 2 correspond à une atténuation de -3dB, et qu'en appliquant la formule ci-dessus, 1Watt = 0 dB, au bout de 1.7 km (17*100 m), le signal sera atténué de -3dB*17 soit 51 dB. La puissance du signal reçu est donc de 0dB-51dB=-51dB.*

Théorème 10. Puissance normalisée

En règle général, on s'arrange pour que la puissance transmise soit réalisée via un élément purement résistif.



En appliquant la définition précédente, la puissance moyenne dissipée est :

$$P_w = \frac{1}{T} \int_0^T u(t).i(t)dt = \frac{1}{RT} \int_0^T u^2(t)dt = \frac{1}{R} \langle u(t)^2 \rangle$$

La puissance normalisée est définie pour $R=1$.

Rmq : En reprenant le cours de Signaux, la puissance normalisée s'écrit aussi comme la somme du carré de chaque raie du spectre (Formule de Dirichlet-Parseval)

Théorème 11. Formule de Dirichlet Parseval

La puissance normalisée d'un signal périodique de période T est égale à la somme des carrés de chaque raie du spectre :

$$P_w = \frac{1}{T} \int_0^T u(t).i(t)dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S^2(kf), f=1/T$$

Cas particulier

Question 5 :

Soit un signal sinusoïdale :

$$v_p(t) = S_p \sin(2\pi f_p t + \phi_p)$$

1. Calculer la puissance normalisée en appliquant le .
2. Tracer le spectre du signal sinusoïdale à partir des tables de transformée de Fourier
3. Faites la somme du carré de chaque raie.
4. Comparer le résultat obtenu à la question 1 avec celui obtenu à la question 3. Concluez

Parmi les modulations analogiques d'amplitude, il existe différents types de modulations qui ne nécessitent pas toutes la même occupation spectrale, ni la même puissance à l'émission. Nous avons vu que la modulation d'amplitude classique (exemple précédent) nécessitait une occupation de spectre deux fois plus large que la bande de fréquence utile en bande de base (cf.).

Le spectre (cf.) est composé de deux bandes et d'une raie : Une raie à la fréquence porteuse, une bande latérale inférieure (LSB : Lower Side Band) et une bande latérale supérieure (USB : Upper Side Band). Nous savons de plus que (cf. Démonstration) les deux bandes sont symétriques. On peut donc reconstruire une bande à partir de la deuxième.

Théorème 12. Différentes modulations d'amplitudes

Pour économiser la puissance transmise, on peut supprimer la raie à la fréquence porteuse et/ou supprimer une des deux bandes (**BLU**). La première technique s'appelle : **Modulation d'amplitude sans porteuse**, la seconde est la **modulation d'amplitude à Bande Latérale Unique**.

L'avantage de la deuxième méthode est de réduire en plus l'occupation de la bande occupée.

Rmq1 : Dans le cas de dispositif portable, la puissance émise est délivrée par la batterie. Plus la puissance transmise est élevée et plus l'autonomie sera de courte durée.

Rmq2 : La quantité d'information à transmettre est fonction de la largeur de bande utile occupée. Dans le cas de la BLU, on supprime une bande sur 2 (la deuxième bande contenait la même information que la première donc une seule bande est utile), ce qui libère une bande de fréquence. La bande de fréquence libérée peut ainsi être réutilisée pour envoyer une autre information.

Question 6 :

En reprenant la question 4, mesurez la puissance transportée par le signal modulé.

IV.1. Modulation d'amplitude sans porteuse

Comme son nom l'indique, la modulation d'amplitude sans porteuse consiste à émettre le signal modulé défini au en supprimant le terme de la porteuse.

Théorème 13. Modulation d'amplitude sans porteuse

Cela revient donc à émettre le signal suivant :

$$v_i(t) = [S_p + \alpha S_i(t)] \sin(2\pi f_p t + \varphi_p) \text{ ou } S_p=0.$$

Question 7

Soit un signal sinusoïdal et un signal $S_i(t)$ à transmettre. Comment réaliser une modulation d'amplitude le plus simplement possible ?

Représentation temporelle et fréquentielle

Si nous transmettons un signal triangulaire de période T par une modulation d'amplitude autour d'une porteuse $f_p \gg 1/T$, le signal modulé est représenté par la courbe suivante :

En trait plein, le signal modulé et en trait discontinu, le signal triangulaire.

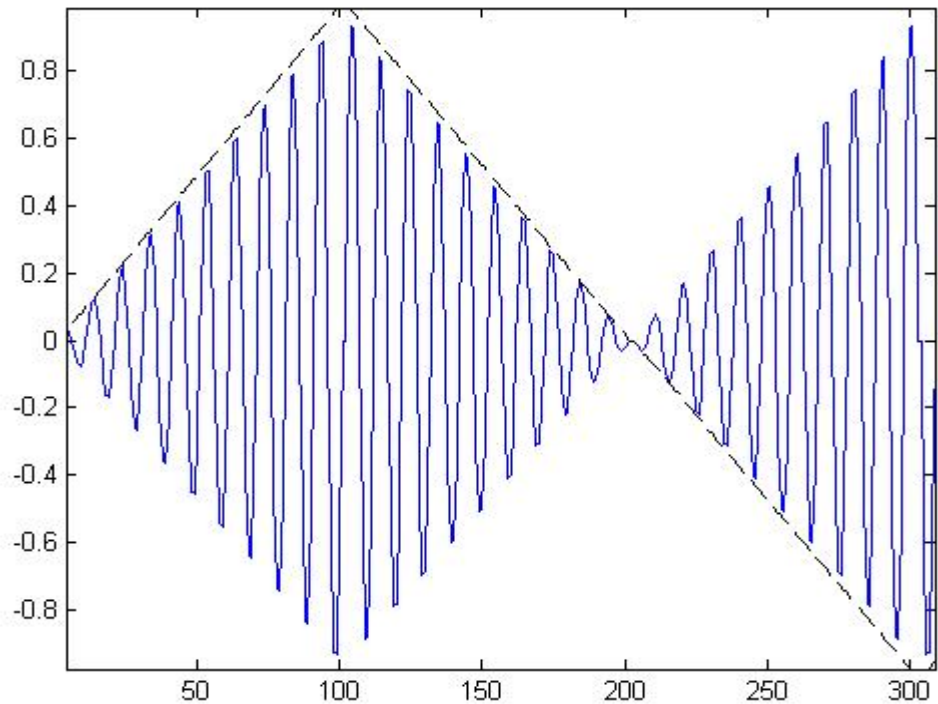


Figure 6. Représentation temporelle du signal modulé en amplitude sans porteuse

La représentation fréquentielle est similaire à la courbe représentée sur la excepté la porteuse qui est supprimée

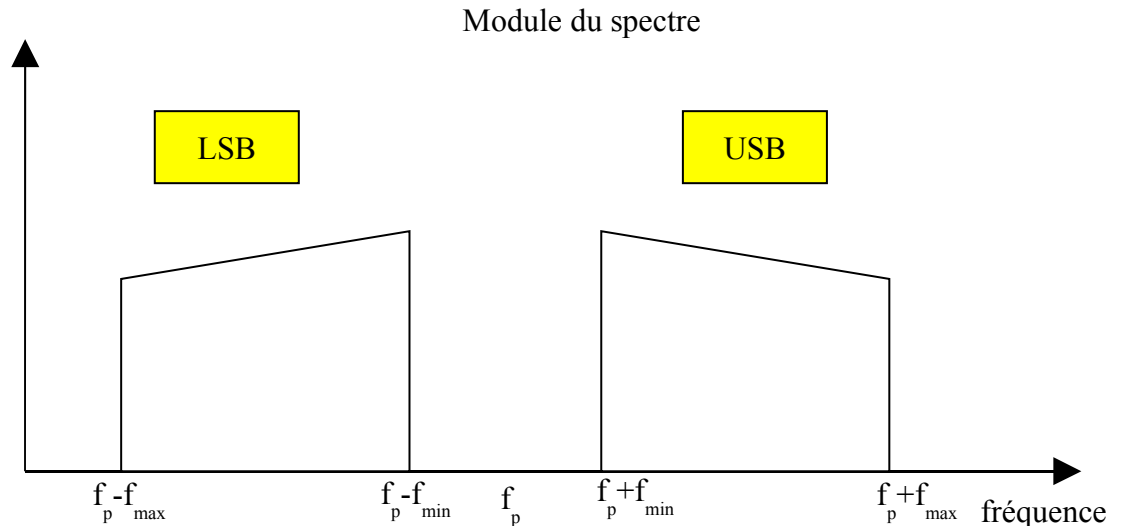


Figure 7. Représentation fréquentielle du signal modulé en amplitude sans porteuse
Question 8

Soit $m(t)$, le signal d'information sinusoïdal d'amplitude M et de fréquence f_M . Supposons que la porteuse soit d'amplitude A et de fréquence f_p . Représenter le spectre du signal modulé en y faisant apparaître les amplitudes des raies.

IV.2. Modulation d'amplitude à bande latérale unique (BLU)

Nous savons que moduler un signal autour d'une porteuse f_p par le biais d'une modulation d'amplitude consistait à translater le spectre en bande de base vers la fréquence porteuse. De ce fait, au regard de la , l'information transmise autour de la porteuse est identique (USB, LSB).

On peut par conséquent réduire l'occupation spectrale en ne transmettant qu'une seule bande sur les deux.

Théorème 14. Modulation Bande Latérale Unique

Dans la modulation d'amplitude BLU, on ne transmet que la bande supérieure (USB) ou uniquement la bande inférieure (LSB)

Question 9

Soit $m(t)$, le signal d'information sinusoïdal d'amplitude M et de fréquence f_M . Supposons que la porteuse soit d'amplitude A et de fréquence f_p . Exprimer mathématiquement le signal modulé et représenter le spectre du signal modulé BLU dans lequel on ne conserve que la bande supérieure. On fera apparaître les amplitudes des raies.

V. Démodulation d'amplitude

V-1 Démodulation non cohérente

Définition 12.Démodulation incohérente (ou non cohérente)

On appelle démodulation incohérente, une démodulation qui ne nécessite pas la connaissance de la porteuse. Sur la , la détection d'enveloppe n'est pas nécessaire.

Définition 13. Enveloppe d'un signal

L'enveloppe d'un signal est la forme Basse Fréquence du signal. Sur la figure ci contre, l'enveloppe du signal est représenté en trait plein et le signal modulé en pointillé.

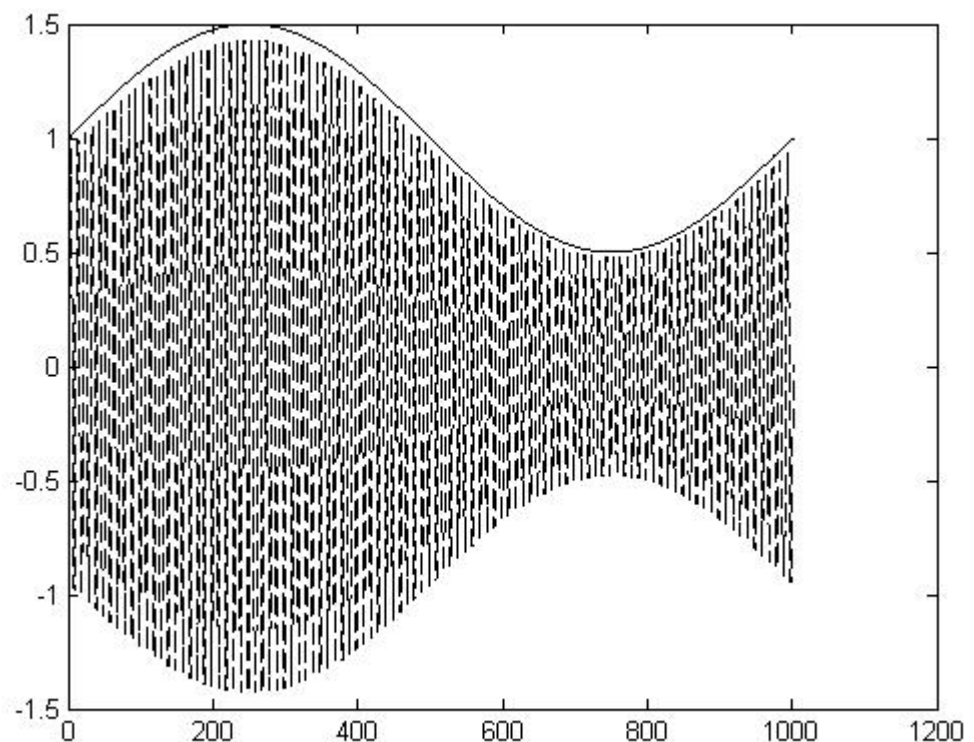


Figure 8. Modulation d'amplitude

Théorème 15. Détection d'enveloppe

La détection d'enveloppe permet de récupérer l'enveloppe d'un signal. Un tel procédé est mis en œuvre pour démoduler des signaux modulés classiquement en amplitude. La détection d'enveloppe récupère le signal modulé partir de son amplitude seule et ne nécessite pas la connaissance de la fréquence porteuse. Il s'agit donc bien d'une **démodulation non cohérente**.

Application

Par un simple circuit électronique composé d'une diode, d'une capacité et d'une résistance, il est possible de récupérer l'information transmise en supprimant l'enveloppe. Il s'agit du **détecteur d'enveloppe**.

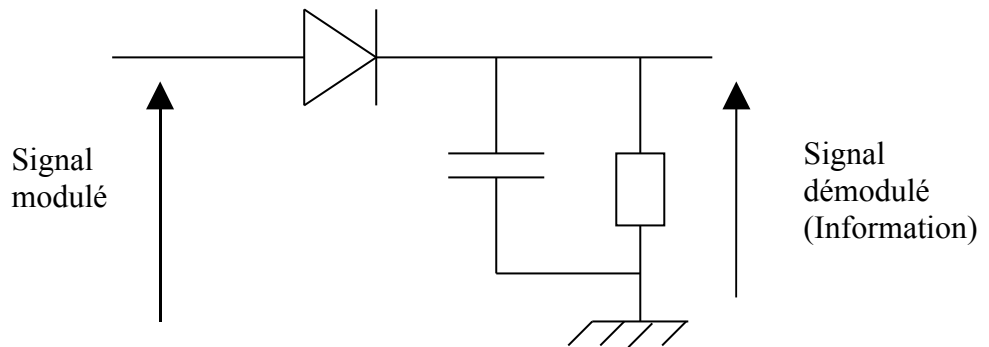


Figure 9. Détecteur d'enveloppe

Si le signal modulé est celui présenté sur la IV.2, alors le signal démodulé récupéré par le montage précédent est représenté sur la figure suivante.

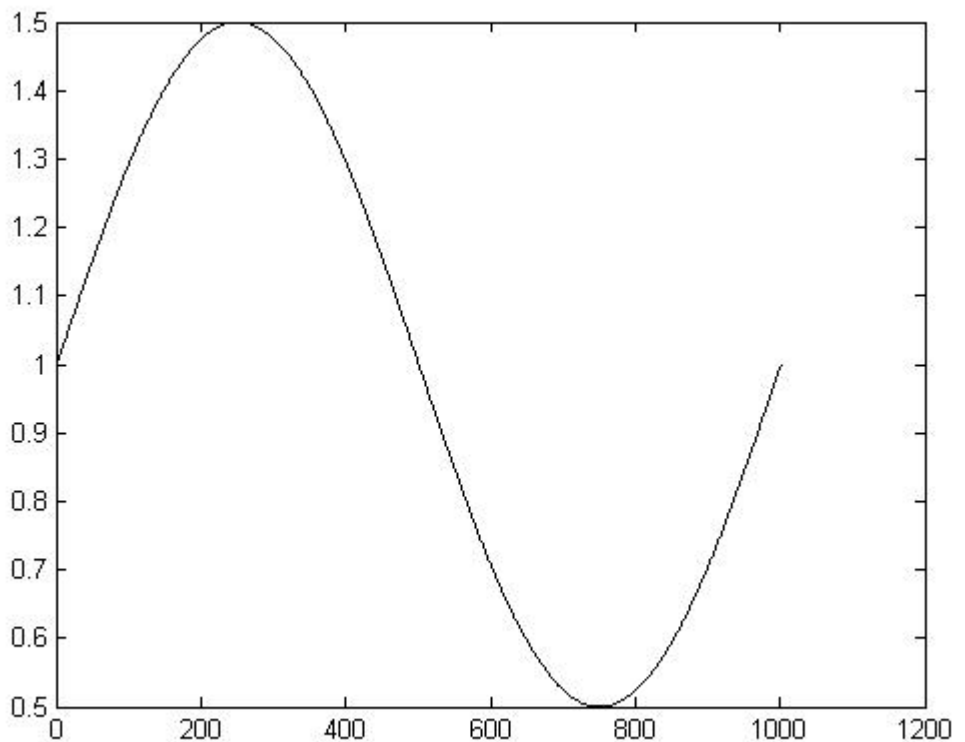


Figure 10. Signal de la IV.2 démodulé par le schéma de la IV.2

Théorème 16. Détermination du détecteur d'enveloppe

Le détecteur d'enveloppe est utilisé pour démoduler des signaux modulés en amplitude (avec porteuse et double bande). La porteuse est définie avec une fréquence f_p . Le signal

modulant (information) est défini sur une gamme de fréquence dont la fréquence max est f_{\max} .

Pour que la démodulation d'amplitude donne des résultats corrects, il faut choisir la résistance R et la capacité C du démodulateur d'enveloppe (cf. IV.2 tel que la constante de temps de charge/décharge du condensateur soit lente par rapport à la porteuse mais sensiblement égale à la fréquence maximale du signal modulant.

Ainsi, on choisira : $1/RC \ll f_p$ et $1/RC > f_m$.

V-1 Démodulation cohérente

Définition 14. Démodulation cohérente ou synchrone

La démodulation cohérente, appelée aussi démodulation synchrone nécessite de récupérer ou de reconstruire la porteuse.

Théorème 17. Détection cohérente

Une fois la porteuse reconstruite, on multiplie le signal reçu (signal modulé) avec la porteuse reconstruite et on filtre le signal par un filtre passe-bas car le signal multiplié se retrouve en bande de base.

Démonstration

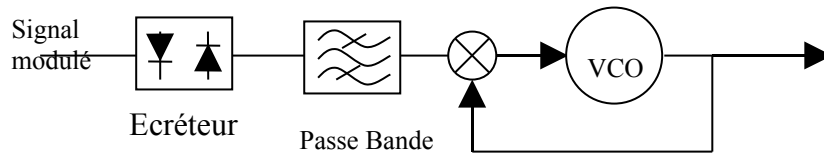
Soit un signal sinusoïdal (information) modulé autour d'une porteuse de fréquence f_p .

Terminez la démonstration

Application

Dans le cas de la modulation d'amplitude avec porteuse, la porteuse à l'émission est définie autour de f_p . Mais, il est impossible de générer une porteuse à fréquence fixe. Il existe toujours une variation de la fréquence autour de f_p . Pour la démodulation, il est préférable de **récupérer** la porteuse.

Le circuit de restitution de porteuse est défini autour d'une PLL, élément fondamental pour « suivre les dérives de » la porteuse. Le circuit de restitution de porteuse est représenté sur la figure ci-dessous.



RMQ : Le VCO et la PLL seront étudiés en cours d'électronique.

Théorème 18. Démodulation d'amplitude d'un signal modulé à porteuse supprimée.

Dans le cas de la porteuse supprimée, il n'est pas possible de restituer la porteuse. Il faut la reconstruire. Pour cela, on utilise un **doubleur de fréquence**. Cela consiste à élever le signal reçu au carré, de filtrer le signal autour de $2f_p$, puis de diviser la fréquence par 2 pour restituer la fréquence porteuse f_p .

Démonstration :

Soit un signal sinusoïdal (information) modulé autour d'une porteuse de fréquence f_p .

Terminez la démonstration

Théorème 19. Démodulation d'amplitude d'un signal modulé BLU

On crée localement, au niveau du récepteur une fréquence proche de la fréquence porteuse de l'émetteur. On multiplie le signal modulé reçu par la source reconstruite en réception. Lorsque la fréquence est différente, il existe un décalage de quelques Hz, qui ne s'entend pas à l'oreille.

Démonstration

Tracer le spectre et ramener le spectre avec une fréquence $\pm f_1$, f_1 proche de f_p .

Questions de réflexions

- Quel peut être l'intérêt d'utiliser une modulation d'amplitude sans porteuse par rapport à une modulation d'amplitude classique ?
- Dans le cas de la modulation d'amplitude sans porteuse, a-t-on besoin d'une porteuse pour transporter l'information ?
- Pour des raisons de compréhension et de facilité, on choisit souvent comme exemple la modulation d'amplitude d'un signal sinusoïdal. D'un autre côté, un signal réel périodique de période T se décompose en Série de Fourier. Cela signifie que l'on peut écrire le signal comme une sommation de signaux sinusoïdaux de fréquence multiples $f=k/T$. Représenter le lien entre la modulation d'amplitude d'une information sinusoïdale et la modulation d'amplitude d'un signal d'information périodique.
- La modulation d'amplitude est elle très sensible au canal ? A quel effet est elle la plus sensible ?
 - L'atténuation
 - La distorsion
 - Le déphasage
 - La gigue en fréquence (variation de la fréquence instantanée de la porteuse)
- Quel type de modulation d'amplitude permet de démoduler un détecteur d'enveloppe ?
 - Une modulation d'amplitude sans porteuse
 - Une modulation d'amplitude avec porteuse
 - Une modulation d'amplitude à Bande Latérale Unique ?
- On suppose transmettre un signal de fréquence comprise entre 0Hz et 3kHz par une modulation d'amplitude autour d'une fréquence porteuse à 50 kHz. En réception, on démodule via un détecteur d'amplitude. Choisir la valeur de la résistance et de la capacité.
- Soit un signal de fréquence f_1 . On multiplie le signal par une porteuse à la fréquence f_p . Tracer le spectre du signal avant/après multiplication.

Cours 3

Objectif :

Dans ce troisième cours, l'apprenant étudie deux classes de modulations voisines, modulation de phase et de fréquence. Les circuits de modulations/démodulations seront étudiés et les nous conclurons sur les performances de chaque type de modulation.

L'étudiant doit être en mesure de différencier les types de modulations analogiques angulaire, et de connaître les caractéristiques de chacune des modulations en terme d'indice et d'occupation spectrale.

Modulation Angulaire : Modulation de fréquence, modulation de phase.

VI. Introduction.

La modulation d'amplitude repose sur la variation de l'amplitude de la porteuse en fonction de l'information à transmettre. Le signal est ainsi très sensible au bruit et à l'atténuation (ex : tunnel). La modulation de phase et de fréquence, l'amplitude est fixe, l'information est portée par la variation de la phase ou de la fréquence. C'est de deux types de modulations sont aussi dénommés **Modulation Angulaire**.

Nous n'étudierons pas les démodulations car l'usage de circuit tel que la PLL est trop complexe pour l'étudier dans ce cours. Pour information, le moyen le plus simple serait une démodulation par dérivation et détection d'enveloppe.

Définition 15. Modulation de phase

Pour la modulation de phase, la phase de la porteuse est modifiée en fonction du signal modulant, autrement dit le signal modulant modifie la phase de la porteuse par une fonction linéaire.

$v_m(t) = S_p \cdot \cos(2\pi f_p t + \theta(t))$ avec la phase qui varie linéairement par rapport au signal à transmettre :
 $\theta(t) = k \cdot S_i(t)$ où S_i est le signal à transmettre.

Définition 16. Modulation de fréquence

Pour la modulation de fréquence, la fréquence de la porteuse est modifiée en fonction du signal modulant.

Toutefois, la porteuse est définie à une fréquence fixe, appelé fréquence porteuse. On ne peut pas, à proprement parler modifier la porteuse du signal.

Théorème 20. Relation entre phase et fréquence.

La fréquence est liée à la pulsation par la relation $\omega = 2\pi f$. La fréquence correspond à des Hertz, c'est-à-dire l'inverse de la seconde. 2π correspond à la phase pour parcourir un cercle et s'exprime en unité radians. La pulsation ω s'exprime donc en radian par seconde.

Lorsqu'un sprinter parcourt 100 m, on calcule la vitesse du sprint en déterminant le temps mis pour parcourir les 100 m. La vitesse s'obtient alors en divisant la distance (en mètre) par le temps (en seconde). La vitesse s'exprime d'ailleurs en m/s. Imaginer maintenant que le sprinter cours sur un cercle de rayon 1 m. On calcule le temps t mis par le coureur pour passer d'un point du cercle à ce même point au tour suivant. Le cercle faisant 1 mètre de rayon, il parcourt 2π mètre. La vitesse moyenne s'exprime alors par $2\pi / t$. La vitesse instantanée est $v = \frac{\partial s}{\partial t}$ ou s est la distance parcourue. Notre

sprinter est un sprinter mathématique : Il est capable de parcourir n'importe quel cercle en t seconde. Si 5 sprinters mathématiques parcourt 5 cercles différents en t seconde, et si vous êtes au centre du cercle, les 5 coureurs seront toujours alignés.

Prenons un exemple : 5 coureurs sont sur 5 cercles de rayons respectifs 1m, 2m, 3m, 4m et 5m. Ils mettent 30 secondes pour parcourir le cercle. Au bout de 15 secondes, ils auront tous parcouru un demi cercle (un cercle faisant 2π radians, ils auront parcouru π radians). La vitesse de chaque coureur est différent, le premier court à une vitesse de $2\pi / 30$ m/s, le deuxième de $4\pi / 30$ m/s, mais pour le spectateur en centre du cercle, chaque coureur semble aligné et a effectué $2\pi / 30$ rad/s. C'est la vitesse angulaire. Chaque coureur court à une vitesse différente mais avec la même vitesse **angulaire**.

La pulsation représente la vitesse angulaire. Elle est donc liée à la phase par :

$$\omega = \frac{\partial \phi(t)}{\partial t}$$

Ainsi, la fréquence est liée à la phase par la relation suivante :

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi(t)}{\partial t}$$

De manière équivalente, on peut exprimer la relation inverse :

$$\phi(t) = 2\pi \int_0^t f(t)dt$$

Théorème 21. Modulation de fréquence

En reprenant la définition, le signal modulant modifie la fréquence de la porteuse en modifiant la **phase** du signal.

$v_m(t) = S_p \cdot \cos(2\pi f_p t + \phi(t))$ avec la phase qui varie linéairement par rapport à l'intégrale du signal à

transmettre : $\phi(t) = 2\pi k_f \int_0^t S_i(t)dt$ où s est le signal à

transmettre.

$$v_m(t) = S_p \cdot \cos\left(2\pi f t + 2\pi k_f \int_0^t S_i(t)dt\right)$$

Définition 17. Modulation angulaire

Une modulation angulaire est une modulation pour laquelle on modifie la phase de la porteuse. Ainsi, la modulation de fréquence et de phase sont deux types de modulations angulaires.

Démonstration :

Cf. formule du signal modulé en FM ou en PM.

VII. Modulation de fréquence

Comme dans le cas de la modulation d'amplitude, nous allons nous intéresser à la modulation de fréquence d'un signal d'information de nature sinusoïdale.

Ainsi, soient

- La porteuse : $v_p(t) = A \cos(2\pi f_p t + \theta)$
- Le modulant (signal d'information) : $m(t) = a \cos(2\pi f_m t)$
- Le signal modulé : $v_i(t) = A \cos\left(2\pi f_p t + 2\pi k_f \int_0^t a \cos(2\pi f_m u) du\right)$

Le signal modulé s'écrit donc $v_i(t) = A \cos\left(2\pi f_p t + \frac{k_f a}{f_m} \sin(2\pi f_m t)\right)$

Définition 18. Indice de modulation

On note la déviation fréquentielle $\Delta f = k_f a$.

L'indice de modulation s'écrit : $m = \frac{\Delta f}{f_m}$

Dans certaines notations, le signal modulant s'écrit : $m(t) = \Delta \omega \cos(\Omega t)$, avec $\Delta \omega$ l'amplitude du signal modulant et on trouve : $m = \frac{\Delta \omega}{\Omega}$.

Rmq : L'excursion en fréquence est liée à l'amplitude du signal modulant. L'indice de modulation joue un rôle essentiel et il est important de noter, que contrairement à la modulation AM, l'indice de modulation FM dépend de l'amplitude et de la fréquence du signal modulant.

Théorème 22. Occupation spectrale.

L'occupation spectrale est plus difficile à déterminer que celle définie pour la modulation d'amplitude, car cette dernière s'obtenait en translatant le spectre de la bande de base autour de la porteuse.

Nous allons devoir faire intervenir les fonctions mathématiques de Bessel. Il s'agit d'exprimer une fonction $\cos(m \sin(x))$ comme une sommation de cosinus et de sinus et donc d'obtenir ainsi le spectre.

Formule de Bessel

$$\cos(m \sin a) = J_0(m) + 2J_2(m) \cdot \cos(2a) + 2J_4(m) \cdot \cos(4a) + \dots$$

$$\sin(m \sin a) = 2J_1(m) \cdot \sin(a) + 2J_3(m) \cdot \sin(3a) + \dots$$

avec J, la fonction de Bessel définie par :

$$J_n(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2k}}{k!(n+k)!}$$

La figure suivante représente les 5 premières fonction de Bessel en fonction de l'amplitude x.

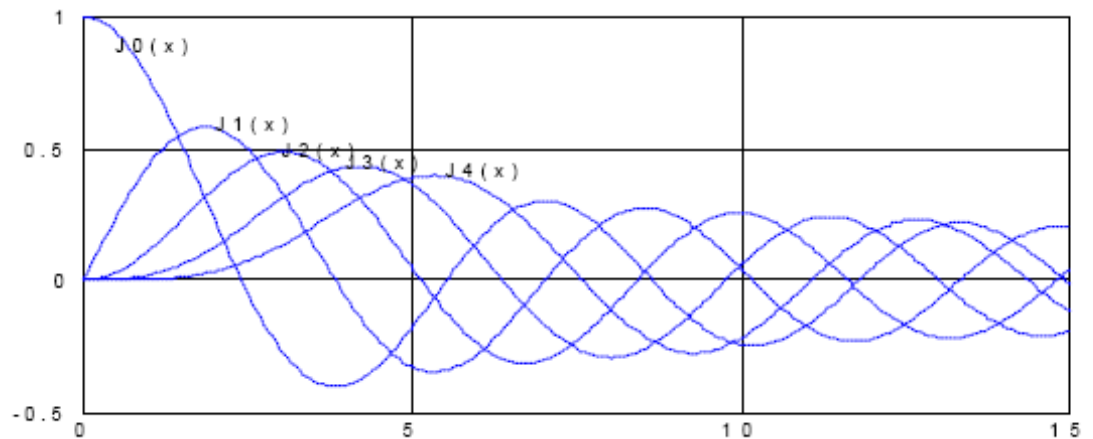


Figure 11. Fonction de Bessel

On peut ainsi déterminer les valeurs approximatives de $J_0(5)$, $J_1(5)$, ...
Comparez les valeurs déterminées graphiquement à celle du tableau de la question 12.

Question 10

Ecrire la fonction $J_0(x)$, $J_1(x)$ et $J_2(x)$ en écrivant la somme des premiers termes.

Question 11

Si $v_t(t) = A \cos(\omega_0 t + m \sin(\Omega t))$, $m=1$, et que :

Amplitude	Fonction Bessel
$J_0(1)$	0.765
$J_1(1)$	0.44
$J_2(1)$	0.11
$J_3(1)$	0.02
$J_4(1)$	0.002

Déterminer et représenter le spectre du signal. Que signifie la valeur $m=1$

Question 12

Si $v_i(t) = A \cos(\omega_0 t + m \sin(\Omega t))$, $m=5$, et que :

Amplitude	Fonction Bessel
$J_0(5)$	-0.177
$J_1(5)$	-0.32
$J_2(5)$	0.04
$J_3(5)$	0.36
$J_4(5)$	0.39
$J_5(5)$	0.26
$J_6(5)$	0.13
$J_7(5)$	0.05
$J_8(5)$	0.02

Déterminer le spectre du signal. Que signifie la valeur $m=5$

Théorème 23. Règle de Carson

La règle de Carson indique la bande spectrale du signal après modulation angulaire pour laquelle on trouve au moins 98% de l'énergie transmise.

Si l'indice de modulation est faible, la bande spectrale occupée est égale à 2Ω

Si l'indice de modulation est élevée, la bande spectrale occupée est égale à $2(\Delta\omega + \Omega)$

A titre d'exemple, vérifier cette règle sur les deux questions précédentes.

VIII. Modulation de Phase

Pour une modulation de phase, c'est la phase instantanée qui varie linéairement en fonction du signal modulant. Nous avons vu que la différence entre la FM et la PM se situe sur la dérivation du signal modulant. Les propriétés étudiés en FM sont identique en PM.

Théorème 24. Limite de la PM

Pour démoduler un signal PM, il est nécessaire que l'excursion de phase soit inférieure à π . La modulation PM n'est donc employée que pour des faibles modulations d'indices.

IX. Conclusion

L'importance d'une modulation est de pouvoir transmettre avec une qualité appréciable un signal analogique. La modulation devra s'adapter au canal de transmission. Le choix de la modulation portera sur le type de modulation à prendre en fonction de l'application et le canal

dédié. A titre d'exemple, une transmission à longue distance va être fortement atténué et très parasité, par conséquent le signal arrivant au démodulateur aura une amplitude très fluctuante. Le choix d'une modulation AM est donc à proscrire.

De plus, le signal subit différent traitement (modulation, amplification, démodulation...) qui vont entraîner des déformations. Il est d'usage de caractériser le bruit par sa puissance. De ce fait, l'influence du bruit sur un signal est donné par le rapport signal bruit qui est le rapport de la puissance du signal non bruité sur la puissance de bruit (SNR : Signal to Noise Ratio). Cette quantité est fréquemment exprimée en décibels Plus le SNR_{dB} est élevé, meilleure est la qualité du signal récupéré.

La mesure de la déformation d'un signal est donné par le taux de distorsion harmonique total (THD : Total Harmonic Distorsion). La mesure du THD consiste à déterminer les harmoniques du signal après traitement au signal original, lequel est un signal sinusoïdal pur.

En ce qui concerne le choix économique, la modulation d'amplitude est moins coûteuse (car de complexité moindre) que les modulations angulaires.

Pour conclure, choisir une modulation est un compromis entre raison économique et choix techniques.

Questions de synthèse.

- *Que représente l'indice de modulation et de quoi dépend t'il ?*
- *Pour la radio FM, de qualité HiFi (l'occupation spectrale du signal modulant est comprise entre 20 Hz et 20 KHz ; il s'agit du spectre en bande de base). La porteuse est située entre 88 MHz et 108 MHz. L'excursion en fréquence doit être inférieure à 75 kHz. Calculez la bande d'émission nécessaire à la transmission d'une onde FM ? Combien en théorie peut on avoir de station émettrice dans une même région ?*

NB : Vous testerez chez vous si deux stations voisines sont au moins distinctes de la bande d'émission estimée.

- *Quels sont, dans la liste suivante, les avantages et inconvénient d'une modulation angulaire par rapport à une modulation d'amplitude :*
 - *Sensibilité à l'atténuation du canal*
 - *Occupation spectrale*
 - *Facilité de conception*
- *A partir de la , trouver pour quelles valeurs de x approximativement, les fonctions de Bessel suivantes sont nulles : $J_0(x), J_1(x), J_2(x), J_3(x), J_4(x)$*
- *Pour $x=2.83$, tracer en ordonnée l'amplitude des fonctions de Bessel $J_0(x), J_1(x), J_2(x), J_3(x), J_4(x)$ et en abscisse l'ordre de la fonction de Bessel (0, 1, 2, 3, 4).*
- *Quelle différence existe-t-il entre une modulation FM et PM*
- *Pourquoi la modulation FM et PM s'appelle modulation angulaire ?*
- *Que représente la règle de Carson ? Est-ce une approximation ou la bande occupée exacte ?*
- *Pourquoi doit on faire appelle aux fonctions de Bessel ?*